



仁华学校奥林匹克数学系列丛书

人大附中编

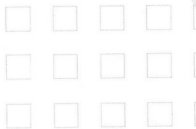
仁华学校

奥林匹克数学

RENHUAXUEXIAOAOOLINPIKESHUXUE

小学一年级

课本



中国大百科全书出版社

第 1 讲 认识图形(一)

1.



这叫什么?这叫“点”。

用笔在纸上画一个点,可以画大些,也可以画小些。点在纸上占一个位置。

2.



这叫什么?这叫“线段”。

沿着直尺把两点用笔连起来,就能画出一条线段。线段有两个端点。

3.



这叫什么?这叫“射线”。

从一点出发,沿着直尺画出去,就能画出一条射线。射线有一个端点,另一边延伸得很远很远,没有尽头。

4.



这叫什么?这叫“直线”。

沿着直尺用笔可以画出直线。直线没有端点,可以向两边无限延伸。



新华书店
PDG



5.



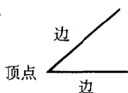
这两条直线相交。
两条直线相交，只有一个交点。
这两条直线平行。

6.



两条直线互相平行，没有交点，无论延伸多远都不相交。

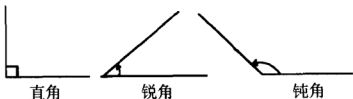
7.



这叫什么?这叫“角”。
角是由从一点引出的两条射线构成的。这点叫角的顶点，射线叫角的边。角分锐角、直角和钝角三种。

直角的两边互相垂直，三角板有一个角就是这样的直角。教室里天花板上的角都是直角。

锐角比直角小，钝角比直角大。

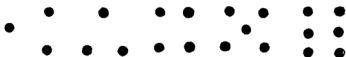




习 题 一

看看、想想

1. 点 (1)看,这些点排列得多好!这些点排列得多好

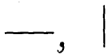


(2)看,这个带箭头的线上画了点。

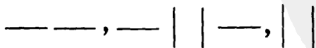


2. 线段 下图中的线段表示小棍,看小棍的摆法多有趣!

(1)一根小棍。可以横着摆,也可以竖着摆。

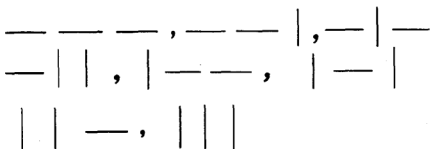


(2)两根小棍。可以都横着摆,也可以都竖着摆,还可以一横一竖摆。





(3) 三根小棍。可以像下面这样摆。



3. 两条直线

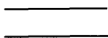
哪两条直线相交？



哪两条直线垂直？



哪两条直线平行？



4. 你能在自己的周围发现这样的角吗？



锐角



直角



钝角



第2讲 认识图形(二)

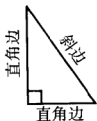
一、认识三角形

1.



这叫“三角形”。三角形有三条边，三个角，三个顶点。

2.



这叫“直角三角形”。

直角三角形是一种特殊的三角形，它有一个角是直角。它的三条边中有两条叫直角边，一条叫斜边。

3.



这叫“等腰三角形”。

它也是一种特殊的三角形，它有两边一样长(相等)，相等的两边叫“腰”，另外的一条边叫“底”。





4.



这叫“等腰直角三角形”或叫“直角等腰三角形”。它既是直角三角形，又是等腰三角形。这叫“等边三角形”。

5.



它的三条边一样长(相等)，三个角也一样大(相等)。

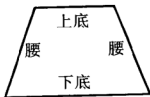
二、认识四边形

1.



这叫“四边形”。四边形有四条边，内部有四个角。

2.

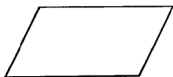


这叫“等腰梯形”。它是一种特殊的四边形，它的上下两边平行，左右两边相等。平行的两边分别叫上底和下底，相等的两边叫腰。



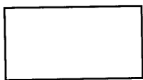


3.



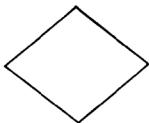
这叫“平行四边形”。
它的两组对边分别平行而且相等，两组对角分别相等。

4.



这叫“长方形”。
它的两组对边分别平行而且相等，四个角也都是直角。

5.



这叫“菱形”。
菱形的四条边都相等，对角分别相等。

6.



这叫“正方形”。
正方形的四条边都相等，四个角都是直角。

三、认识圆和扇形

1.



这叫“圆”。
圆是个很美的图形。圆中心的一点叫圆心，圆心到圆上一点的连线叫圆的半径，过圆心连





接圆上两点的连线叫圆的直径。

直径把圆分成相等的两部分，每一部分都叫“半圆”。



2.



这叫“扇形”。

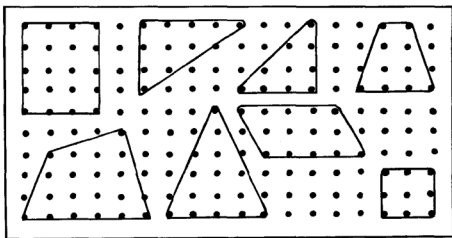
圆的一部分叫“圆弧”。由一条圆弧和两条半径构成的图形叫“扇形”。





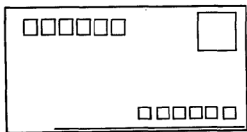
习 题 二

1. 用橡皮筋在钉子上套出各种图形。



2. 观察周围的物体，你还能发现哪些图形？

如：

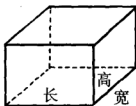


信封



第3讲 认识图形(三)

1.

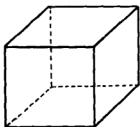


长、宽、高。

这叫“长方体”。

长方体有六个面，十二条棱，八个顶点。长方体的面一般是长方形，也可能有两个面是正方形。互相垂直的三条棱分别叫做长方体的

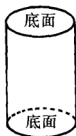
2.



这叫“正方体”。

正方体有六个面，十二条棱，八个顶点。正方体的每个面都是同样大的正方形，所以它的十二条棱长都相等。

3.



这叫“圆柱”。

圆柱的两个底面是完全相同的圆。



新
知
学
PDG

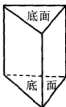


4.



这叫“圆锥”。
圆锥的底面是圆。

5.



这叫“棱柱”。
这个棱柱的上下底面是三角形。
它有三条互相平行的棱，叫三棱柱。

6.



这叫“棱锥”。
这个棱锥的底面是四边形。它有
四条棱斜着立起来，所以叫四棱锥。

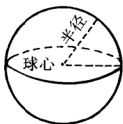
7.



这叫“三棱锥”。
因为它有四个面，所以通常又叫
“四面体”。它的每个面都是三角
形。



8.



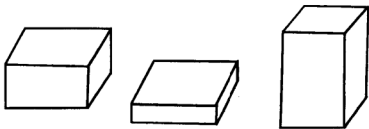
这叫“球体”。简称“球”。球有球心，球心到球面上一点的连线叫球的半径。



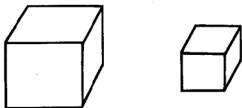
习 题 三

看看摸摸，并在自己周围寻找具有这些形状的物体。

1. 长方体

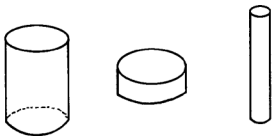


2. 正方体





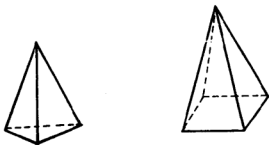
3. 圆柱



4. 圆锥



5. 棱锥

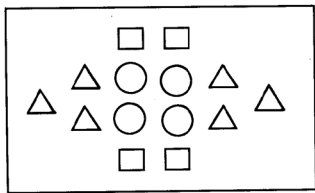


6. 球

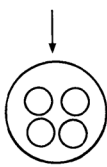


第4讲 数一数(一)

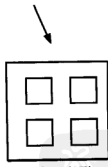
【例1】数一数，下图中有几个正方形、几个等边三角形、几个圆？



六个等边三角形



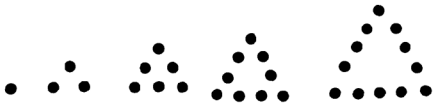
六个圆



四个正方形



【例2】数一数，下图中共有多少点？



$$1 + 3 + 6 + 9 + 12 = 31$$

共有 31 个点。

【例3】数一数，下图中有几条线段？



照下面的方法数：

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ (条)}。$$



【例4】数一数，下图中有几个锐角？



照下面的方法数：



新 知 识
PDG

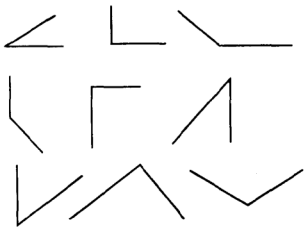


$$3 + 2 + 1 = 6(\text{个})。$$

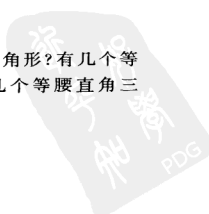


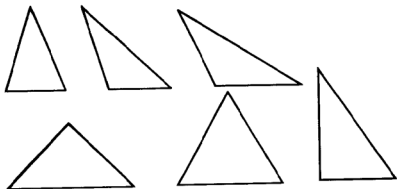
习题四

1. 数一数，下图中有几个锐角？几个直角？几个钝角？

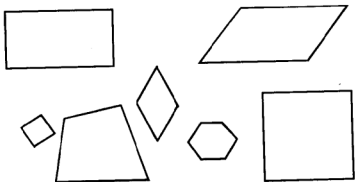


2. 数一数，下图中有几个等边三角形？有几个等腰三角形？有几个直角三角形？有几个等腰直角三角形？





3. 数一数, 下图中有几个正方形? 有几个长方形?
有几个平行四边形? 几个四边形?



4. 数一数, 下图中共有多少点?





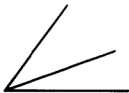
5. 数一数，下图中共有几条线段？



6. 下图中共有 10 条线段，你能把它们都找出来吗？



7. 数一数，下图中有几个锐角？



8. 下图中共有 10 个角，你能把它们都找出来吗？



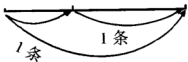
习题四解答

1. 图中有 3 个锐角、3 个直角、3 个钝角。
2. 图中有 1 个等边三角形、4 个等腰三角形、2 个直角三角形、1 个等腰直角三角形。
3. 图中有 2 个正方形、3 个长方形、5 个平行四边形、6 个四边形。



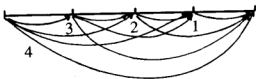
4. 图中共有 41 个点。 $1 + 4 + 8 + 12 + 16 = 41$ (个)。

5. 图中共有 3 条线段。



$$2 + 1 = 3 \text{ (条)}。$$

6. 数线段的方法如下：

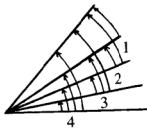


$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ (条)}。$$

7. 图中共 3 个锐角。



8. 数角的方法如图：



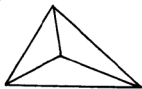
$$4 + 3 + 2 + 1 = 10。$$



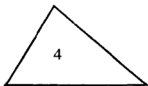
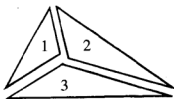
第5讲 数一数(二)

数复杂的图形需要较强的观察能力，要细心，做到不重不漏。

【例1】数一数，右图中有多少个三角形？



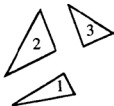
照书上的方法数，共4个三角形。

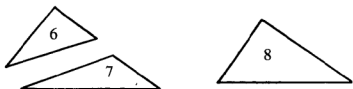


【例2】数一数，右图中共有多少个三角形？



照书上的方法数，共8个三角形。

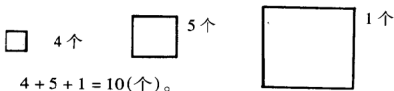




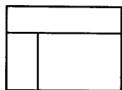
【例3】数一数，右图中共有多少个正方形？



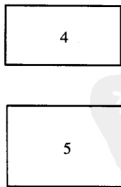
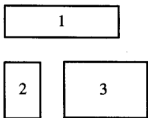
照书上的方法数，共有 10 个正方形



【例4】数一数，右图中共有多少个长方形？



照书上的方法数
共有 5 个长方形。





习题五

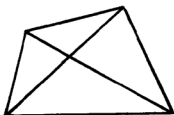
1. 数一数，右图中有几个三角形？



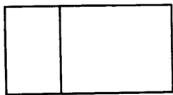
2. 数一数，右图中有几个三角形？



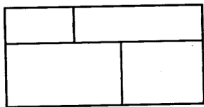
3. 右图中有 8 个三角形，请你把它们都找出来。



4. 数一数，右图中有几个长方形？

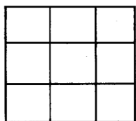
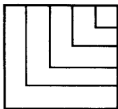


5. 下图有 7 个长方形，请你都找出来。

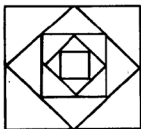




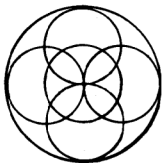
6. 数一数, 右图中有几个正方形?



7. 左图中共有 14 个正方形, 请你都找出来。



8. 数一数, 右图中共有几个正方形, 几个三角形?



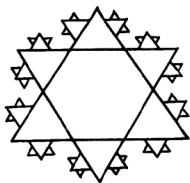
9. 数一数, 左图中有几个圆?

10. 右图中共有 27 个三角形, 请你都找出来。



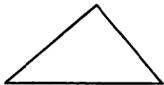


11. 数一数, 右图中共有多少个三角形?

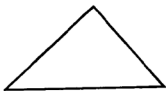


习题五解答

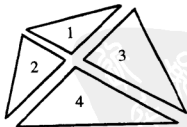
1. 图中有 2 个三角形。

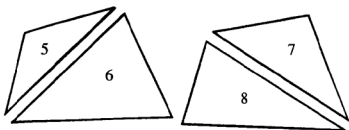


2. 图中有 3 个三角形。



3. 可以象下面这样找。

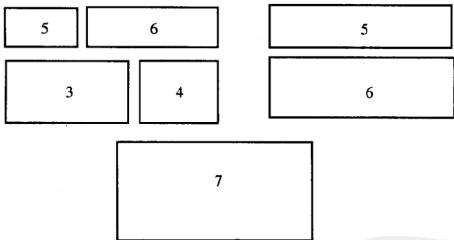




4. 图中有 3 个长方形。

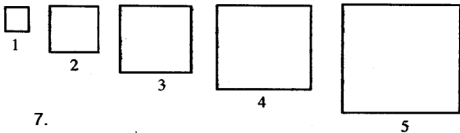


5.

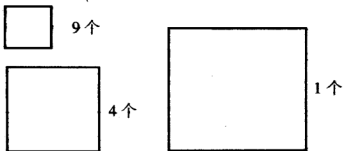




6. 图中有 5 个正方形。



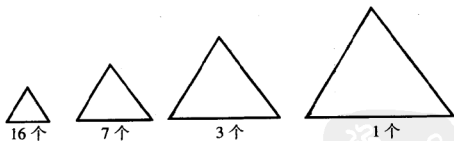
7.



8. 图中有 5 个正方形、16 个三角形。

9. 图中有 6 个圆。

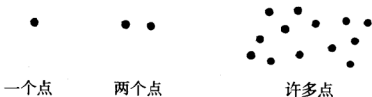
10. 图中共 27 个三角形。



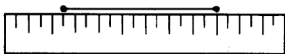
11. 图中共有 44 个三角形。其中最大的 2 个、次大的 6 个、次小的 12 个、最小的 24 个。

第6讲 动手画画

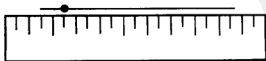
【例1】画点 用铅笔在纸上画点。

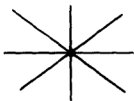


【例2】画线段 先画两个端点，再使尺子的一边与两点靠边。左手按住尺子，右手拿铅笔沿着尺子边从一点画到另一点。



【例3】画直线 把尺子放在纸上，用左手按住，用右手拿着笔从左往右画。（虽然画出的只是一段，但可以把它想象成是向两端延伸得很远很远）



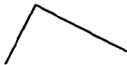


通过一点
能画很多直线



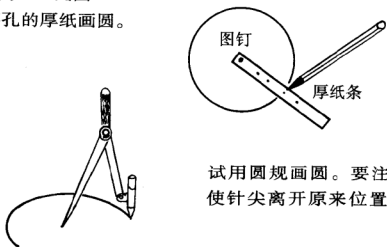
通过两点
只能画一条直线

【例 4】画直角 左手按住三角板，右手拿着铅笔沿三角板的两条直角边可画出直角。





例5 画圆
用穿孔的厚纸画圆。



试用圆规画圆。要注意不使针尖离开原来位置。



习 题 六

1. 画点

(1) 随意画



(2) 照图画



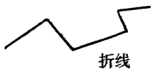
2. 画线



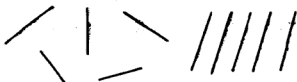
新华书店
PDG



(1) 随意画

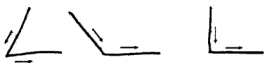


(2) 用尺比着画线段(看成线段)



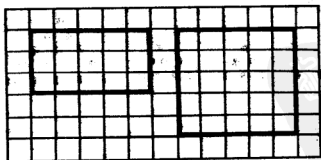
3. 画角

(1) 随意画



(2) 用三角板画一个直角、三个锐角。

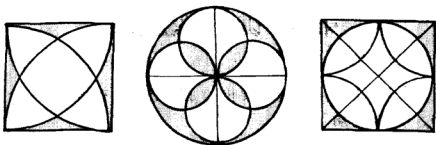
4. 画长方形和正方形(在方格纸上画)。



知识屋
PDG



5. 使用三角板和圆规画出各种图样。



6. 同学们合作，利用小棍(或粉笔)和细绳，在地面上画大圆。一人把线的一端按在地上不动，另一人把小棍(或粉笔)捆在细绳上，让细绳时刻拉紧转圈，这时小棍(或粉笔)就能在地上画出一个大圆。

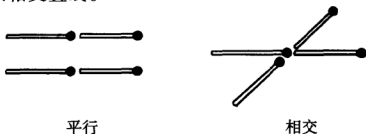


第7讲 摆摆看看

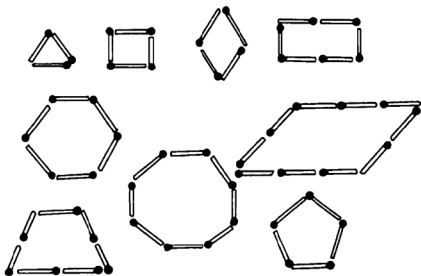
【例1】用两根火柴棍，摆成一个锐角、一个直角、一个钝角。



【例2】用四根火柴棍摆出两条平行直线，再摆出两条相交直线。



【例3】用火柴棍摆出一个三角形、一个正方形、一个菱形、一个长方形、一个平行四边形、一个等腰梯形、一个五边形、一个六边形、一个八边形。



【例4】用三根火柴棍可以摆出一个三角形，如图。



- (1)再加两根火柴棍，摆出两个三角形。
- (2)再加两根，摆出三个三角形来。
- (3)再加两根，摆出五个三角形来。

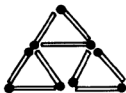
解 摆一个三角形必需三根火柴棍，这样计算，摆两个三角形就需要六根。但是现在只给你增加两根，却要求你用五根摆出两个三角形，可见必有一根火柴棍要供两个三角形公用才行。



同样道理，再加两根后共七根要摆三个三角形还差两根，所以必须有两根公用。

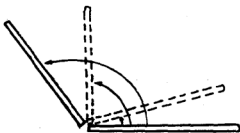


再给两根后共九根火柴棍，要摆五个三角形。摆法如图所示。可以看出九根火柴棍摆出了三个“正立”的小三角形，同时中间还出现了一个“倒立”的小三角形，它并没有额外需要增加火柴棍。而且最外面的六根火柴棍又形成了一个大的三角形。所以这九根火柴棍共摆出了五个三角形。



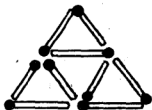
习题七

1. 用两根小木棍，摆成一个很小的锐角，然后，慢慢地挪动一根，使锐角渐渐变大。如果继续转动小棍，将会出现什么角？



2. 如右图所示，用火柴棍摆了五个三角形。

(1) 拿掉哪三棍，就可以变成一个三角形？



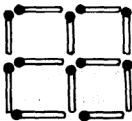
(2) 拿掉哪两根，就可变成两个三角形？

(3) 拿掉哪一根，就可变成三个三角形？

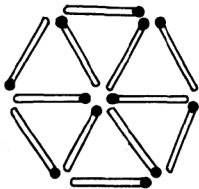
3. 如右图所示，用火柴棍摆了五个正方形。

(1) 请你拿掉两根，剩下三个正方形。

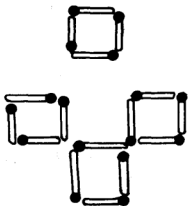
(2) 请你拿掉两根，剩下两个正方形。



4. 如下图所示，用火柴棍摆了六个三角形。如果拿掉三根火柴棍就变成了三个三角形，应该拿掉哪三根？试试看。



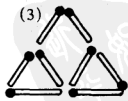
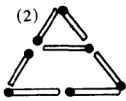
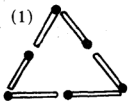
5. 如右图所示, 用 16 根火柴棍摆了四个正方形。你能用 15 根、14 根、13 根火柴棍也分别摆成四个小正方形吗? 摆摆看。



习题七解答

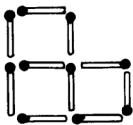
1. 慢慢转动小棍的过程中锐角逐渐变大, 之后出现直角, 直角再变大随之出现钝角。

2.

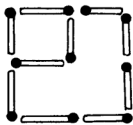




3.

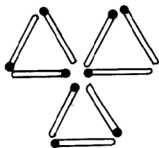


(1)

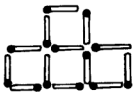


(2)

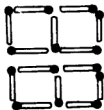
4.



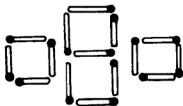
5.



13 根



14 根

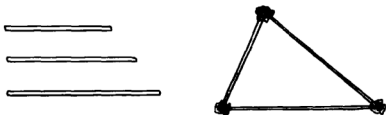


15 根

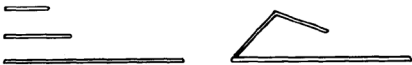


第8讲 做做想想

【例】(1)用下图中那样的三根小木棍，摆出一个三角形，并用橡皮泥粘住。



(2)再用如下图中那样长的三根小木棍，看能不能摆出一个三角形？



(3)想想：随便拿三根小棍就能摆出一个三角形来吗？什么样的三根小棍才一定能摆出一个三角形？

解：(1)图中给的三根小棍，可以摆出一个三角形。



(2)图中给的三根小棍,不能摆出三角形。

(3)得出结论:①三根小棍中,如果其中两根较短的小棍接起来还没有余下的那根长棍长,就摆不成三角形。②三根棍中,如果两根较短的接起来比最长的那根棍还长,用它们就能摆成一个三角形。③可见在一个给出的三角形中,两边之和必大于第三边。



习 题 八

1. (1)用三根一样长的小棍,摆成一个等边三角形,再用橡皮泥粘住。

(2)用两根一样长的小棍和一根较短的小棍,摆成一个等腰三角形,再用橡皮泥粘住。



(3)想想:一个等边三角形必定是一个等腰三角形,对吗?反过来说,每个等腰三角形都是等边三角形,对吗?






2. (1) 用图示的三根小棍摆成一个直角三角形，再用橡皮泥粘住。(注意，这三根小棍的长度不是随意的，若用半根火柴棍当尺子去量，它们的长度数，即量的次数分别是 3、4 和 5)

第一根：

第二根：

第三根：

(2) 若改用长度数是 2、4 和 5 的三根小棍，还能摆成直角三角形吗？

(3) 再改用长度为 4、4 和 5 的三根小棍，还能摆成直角三角形吗？



再改用三根长度分别是 3、4 和 6 的小棍，能摆成一个直角三角形吗？



(4)想想：通过动手做，你是否看出：在这三种情况中，只有长度数是3、4和5的小棍才能摆出一个直角三角形，你对此感到奇妙吗？

3. 如图所示，这里的四根小棍中两根较长的长度相等，两根短的长度也相等。



(1)用这四根小棍摆出一个长方形。

(2)再用它们摆成一个平行四边形。

(3)先想想：“长方形和平行四边形的相同点是什么”不同点又是什么？

再判断：“一个长方形必定也是一个平行四边形，而一个平行四边形就不一定是一个长方形。”对不对？

4. 这里的四根小棍一样长，请你用它们摆出：



(1)一个正方形。

(2)一个菱形。

(3)先想想：正方形和菱形的相同点是什么？不同点是什么？再判断：“一个正方形必定是一个菱形，而一个菱形不一定是一个正方形。”对吗？”



习题八解答

1. (1)



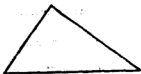
(2)



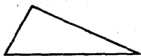
(3) 在一个等边三角形中，它的三条边都相等，当然其中的两条边也必相等，所以说每一个等边三角形都必定是一个等腰三角形是对的。

但反过来说就不对了，因为等腰三角形只是两边相等，对第三条边的长度没有限制。

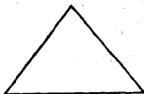
2. (1)



(2)



(3)



(4)



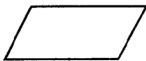
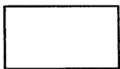


(5)我国古代数学家，把直角三角形中较短的直角边叫“勾”，较长的直角边叫“股”，把斜边叫“弦”。他们已经发现了直角三角形三边长度的“勾三股四弦五”的关系。

3. (略)

4. (1)

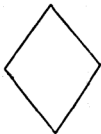
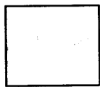
(2)



(3)长方形和平行四边形的相同点是：都是两组对边平行且相等；不同点是：长方形的四个角都是直角，而平行四边形的四个角都不是直角，有两个为锐角、两个为钝角。

5. (1)

(2)

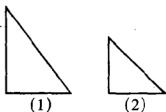


(3)正方形和菱形的相同点是：它们都是四条边相等的四边形。不同点是：正方形的四个角都是直角，而菱形的四个角都不是直角(其中两个锐角，两个钝角)。



第9讲 区分图形

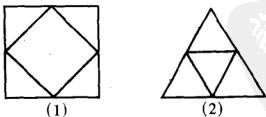
【例1】下图中的两个三角形，有哪些相同点，有哪些不同点？



相同点：都有一个直角，都是直角三角形。

不同点：(1)中两条直角边不相等，是一般的直角三角形。(2)中两条直角边相等，是个等腰直角三角形。

【例2】下图中的两个图形，有哪些相同点，有哪些不同点？请你仔细观察、分析。

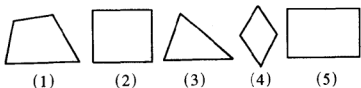




相同点：都可以看成是一个大图形里面内接（套着）一个同样形状的小图形组成。

不同点：（1）的大小两个图形都是正方形，（2）的大小两个图形都是等边三角形。

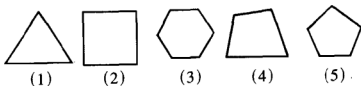
【例3】 下图的五个图形中，哪一个与众不同？



图(3)与其他四个不同。

因为图(3)只有三条边，是三角形，而其他四个图形都是四边形。

【例4】 从下面的五个图形中选出与众不同的一个。



图(4)与其他四个不同。

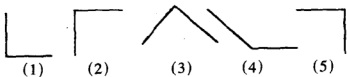
除图(4)外其他四个都是正多边形，也就是各边都相等的多边形；而图(4)的四条边长短不同，所以不是正多边形。



习 题 九

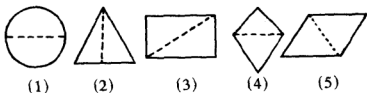
从下列每题的五个图形中选出与其他四个不相同的一个，把答案序号填在括号里。

1.



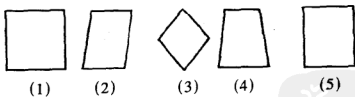
答：()。

2.



答：()。

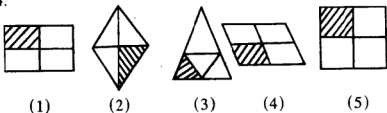
3.



答：()。

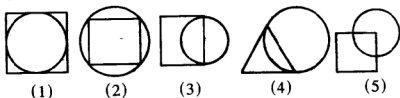


4.



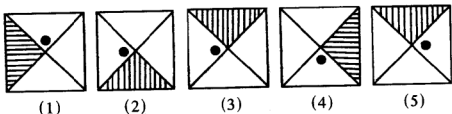
答：()。

5.



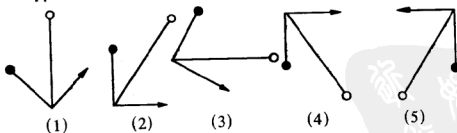
答：()。

6.



答：()。

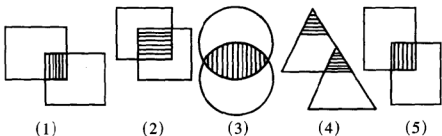
7.



答：()。

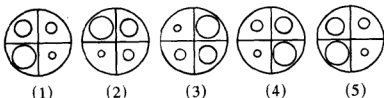


8.



答: ()。

9.



答: ()。



习题九解答

1. (4)。其他图形都是直角，而第(4)个图形不是直角。

2. (4)。其他图形中的虚线都把图形分为相等的两部分，而第(4)个图形则不是。

3. (4)。其他图形都是两组对边分别平行且相等，而第(4)个图形不是这样，它的上下两边平行但不相等，左右两边相等但不平行。

4. (3)。其他图形均被分成大小相同的四份，阴影部分占其中的一份，而第(3)个图形则不是。



5. (4)。其他图形都是由正方形和圆形构成，而第(4)个图形是由三角形和圆形构成。

6. (3)。其他图形中的圆点都处于划线的阴影三角形的左侧，而第(3)个图形中则不是。

7. (4)。其他图形中的三条线是这样配置的：伸出右手，四指由带箭头的一条线从直角内部握向带圆点的一条线时，大拇指指向带圆圈的一条线。但第(4)个图形不是这样的。

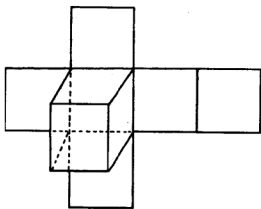
8. (4)。其他图形中涂黑部分是两个小图形的重叠部分，而第(4)个图形中有两个涂黑部分。

9. (4)。其他图形中，由大圆→中圆→次小圆→小圆顺时针旋转，而第(4)个图形中按这个顺序走却是逆时针旋转。

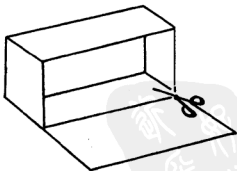


第10讲 立体平面展开

【例1】像下图那样，把正方体盒子剪开，铺展在平面上加以描画而成的图形叫做“展开图”。请你试试做。

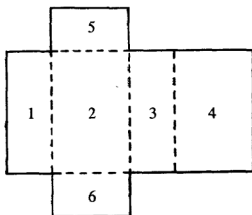


【例2】把厚纸盒沿右图的粗线剪开，展平成“展开图”。想一想，剪开前哪个面和哪个面相对？



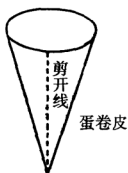


把原来的立体图和平面展开图对照可知：



1 和 3 相对；2 和 4 相对；5 和 6 相对。

【例 3】把冷饮食品“蛋卷”的包装皮(圆锥)切开后，形成下面右图那样的形状。



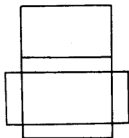
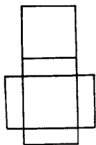
这个展开图就是扇形。



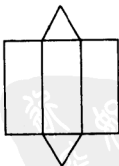
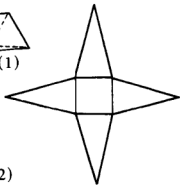
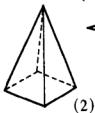
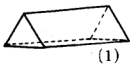


习题十

1. 下图中的(1)、(2)、(3)号盒子剪开铺平后, 展开图是哪一个, 请你用线连起来。



2. 将下图中(1)、(2)号棱锥剪开铺平后, 哪一个
是它对应的展开图, 请用线连起来。





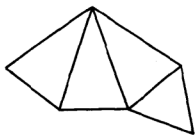
3. 请你将能找到的包装盒如：火柴盒、月饼盒、冷饮盒、鞋盒等等，用剪刀剪开，平铺在桌面上观察并画出展开图。



第 11 讲 做立体模型

动手折叠，把一个平面展开图变成一个立体模型，这样不但可以培养动手能力，而且可以增强空间想象能力。

【例 1】把下面的平面展开图剪下来，沿着折线能折叠成什么样的立体模型？自己动手试一试。

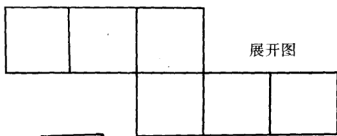


展开图

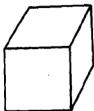


四面体

【例 2】将下面的平面展开图剪下来，沿着折线折叠，能折成什么样的立体图形？

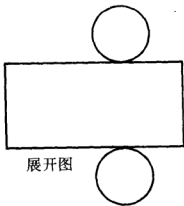


展开图



正方体

【例 3】把下面的平面展开图剪下来，可做成什么样的立体图形？



展开图

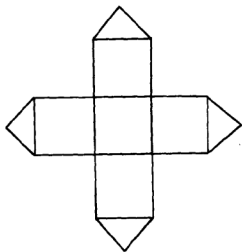


圆柱

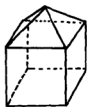
【例 4】把下面的平面展开图剪下来，能折叠成什么样的立体图形？



新华书店
知识
PDG



由四棱柱和四棱锥组成的立体图形





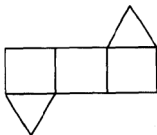
习题十一

用剪刀将平面展开图剪下来，沿折线折叠成立体图形。

1.



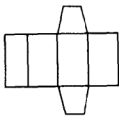
2.



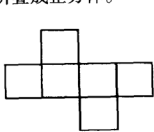
3.



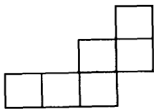
4.



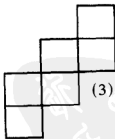
5. 用剪刀将下面的平面展开图剪下来，看看能不能折叠成正方体。



(1)



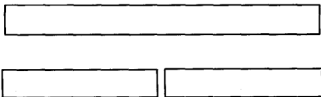
(2)



(3)

第 12 讲 图形的整体与部分

【例 1】把一条长方形纸带剪成长短相同的两条，摆在桌面上，仔细地看看。再把剪开的两条纸带接起来，变回原来的长度，再仔细地看看。



把一个图形分成大小相同的两份，其中每 1 份都是原来的二分之一，写做 $\frac{1}{2}$ ；原来的是剪开后每 1 份的 2 部。


【例 2】把一张正方形的纸片剪成大小相同的 4 块。请你仔细看看下面画出的三种剪法。把一个图形分成大小相同的 4 份，其中每 1 份都是原来的四分之一，写





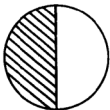
做 $\frac{1}{4}$ ；原来的是分开后每 1 份的 4 倍。

【例 3】做一条新的长方形纸带，使它的长度等于原来小纸条的 3 倍。

原来的：

新做的：

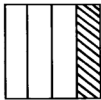
【例 4】下图中阴影部分是整个图形大小的几分之几？



(1)



(2)



(3)

(1) 圆被分成了相同的两部分，阴影部分占整个图形的 $\frac{1}{2}$ 。

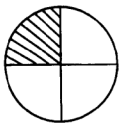
(2) 正方形被分成了相同的三部分，阴影部分占整个图形的 $\frac{1}{3}$ 。



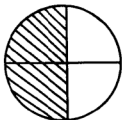


(3) 正方形被分成了相同的四部分，阴影部分占整个正方形的 $\frac{1}{4}$ 。

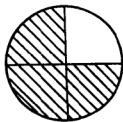
【例 5】下图中的阴影部分占整个图形的几分之几？



(1)



(2)



(3)

图中每个圆都被分成了四个相同的部分。

(1) 中的阴影部分是 4 份中的 1 份，占整个圆的四分之一，写成 $\frac{1}{4}$ 。

(2) 中阴影部分是 4 份中的 2 份，占整个圆的四分之二，写成 $\frac{2}{4}$ 。

(3) 中阴影部分是 4 份中的 3 份，占整个圆的四分之三，写成 $\frac{3}{4}$ 。

【例 6】下面图形中阴影部分占整个图形的几分之几？

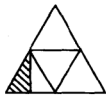




(1)



(2)



(3)

(1)中的大等边三角形被分成了四个相同的小三角形，带阴影的小三角形占整个大三角形的 $\frac{1}{4}$ 。

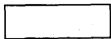
(2)中的垂线将大三角形分成了相同的两部分，带阴影的小三角形占大三角形的 $\frac{1}{2}$ 。

(3)中的大等边三角形先被分成了相同的四部分，阴影小三角形又是其中一部分的一半，带阴影的小三角形是整个大三角形的 $\frac{1}{8}$ 。

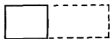


习题十二

1. 下图中哪个图形是整个长方形的二分之一？



(1)



(2)

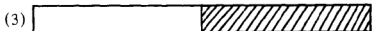
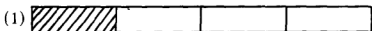


(3)

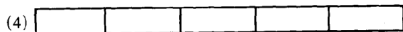
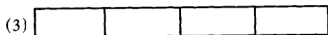
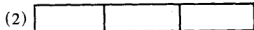




2. 下图中阴影部分的长度是全长的几分之一?



3. 下图中的三个长方形纸带，哪一个是带阴影图形长度的4倍?



4. 下图中阴影部分占整个图形的几分之几?





5. 下图中阴影部分占整



6. 下图中阴影部分占整个图形的几分之几?



(1)



(2)

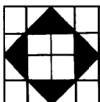


(3)

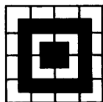
7. 下图中阴影部分占整个图形的几分之几?



(1)



(2)



(3)



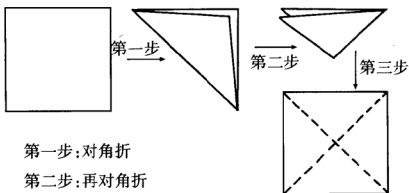
习题十二解答

1. 图(3)是整个长方形纸条的 $\frac{1}{2}$ 。
2. (1)占 $\frac{1}{4}$, (2)占 $\frac{1}{3}$, (3)占 $\frac{1}{2}$ 。
3. (2)是阴影部分长度的4倍。
4. 阴影部分占整个图形的 $\frac{1}{4}$ 。
5. 阴影部分占整个图形的 $\frac{1}{10}$ 。
6. 阴影部分占整个图形的:(1)占 $\frac{1}{4}$, (2)占 $\frac{1}{2}$, (3)占 $\frac{3}{4}$ 。
7. 阴影部分占整个图形的:(1)占 $\frac{1}{4}$, (2)占 $\frac{4}{16}$, (3)占 $\frac{24}{64}$ 。

第13讲 折叠描痕法

如何将一个图形分成相同的几部分呢? 这里介绍一种简单易行的方法——折叠描痕法。

【例1】把正方形分成相同的四部分。

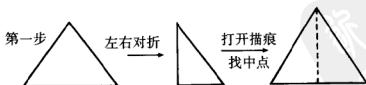


第一步: 对角折

第二步: 再对角折

第三步: 展开, 描痕。

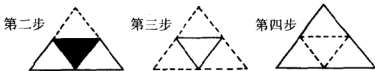
【例2】把大等边三角形分成相同的四部分, 使每部分的形状都与原图形一样。



第一步

左右对折

打开描痕
找中点



第一步：左右对角折，然后展开，描痕成虚线，虚线与底边交点就是底边中点。

第二步：将上角折下，使角顶与底边中点重合。

第三步：折左角、折右角，如图示。

第四步：展开，描痕。

【例3】用折叠描痕法等分一个长方形纸条。

(1) 对折1次，展开描痕，数一数，纸条被等分成几份？

(2) 对折2次，展开描痕，数一数，纸条被等分成几份？

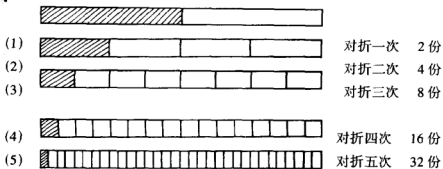
(3) 对折3次，展开描痕，数一数，纸条被等分成几份？

(4) 对折4次，展开描痕，数一数，纸条被等分成几份？

(5) 对折5次，展开描痕，数一数，纸条被等分成几份？



解:



习题十三

用折叠描痕法等分图形:

1. 把一张正方形的纸分成四等份,你能想出三种折叠方法来吗?

2. 把一张长方形的纸分成八等份,你能想出多少种不同的折叠方法来?

3. 把一张圆形的纸分成二等份、四等份、八等份和十六等份。4. 把一张平行四边形的纸分成二等份、四等份。

5. 把一个等腰三角形的纸,用折叠描痕法等分成二等份后,再用剪刀剪开,拼成一个长方形。

6. 把一个等腰梯形先折叠两次(一次找腰的中点,一次折出三角形),再沿折痕剪下,拼成一个大三角形。

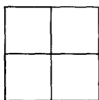
7. 把一个平行四边形纸,先折叠一次(折出一个直角三角形)再沿折痕剪下,拼成一个长方形。



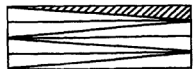
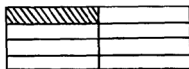
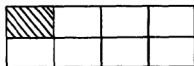
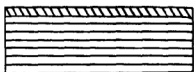
习题十三解答

下面是折叠后,再展开描痕的结果。

1.



2.



3.



(1)



(2)



(3)



(4)





4.



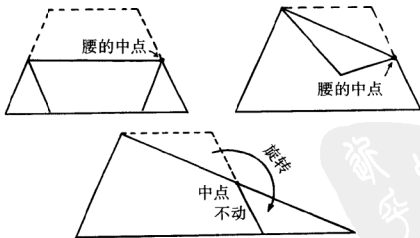
二等分

四等分

5. 折叠、展开、描痕、剪开，重新拼成长方形。

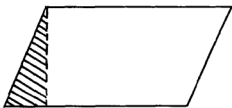


6. (1) 折叠、打开——找腰的中点
- (2) 再折叠、再打开、描痕
- (3) 剪开、旋转、拼成三角形





7.



(1) 折叠、展开、描痕、
沿虚线剪开

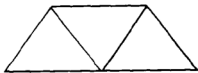
(2) 重新拼成长方形

第14讲 多个图形的组拼

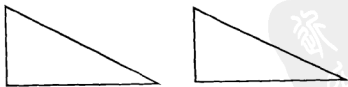
【例1】用下图的同样大小的三个等边三角形拼成一个等腰梯形。



解：因为等腰梯形的两腰相等，上底和下底平行，而等边三角形的三条边是相等的，经试验，可以拼成如下的等腰梯形。

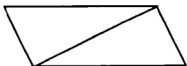


【例2】用两个同样大小的直角三角形拼成一个平行四边形。



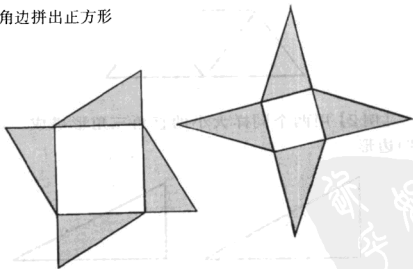


解：注意平行四边形的两组对角相等、两组对边平行且相等的特点，经试验，可以拼成如下的平行四边形。



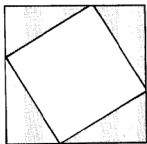
【例3】如下图所示，用四个形状和大小完全相同的直角三角形，可以拼出一个“空白”正方形（空白处形成的图形是个正方形）。请你仍用这四个直角三角形，再拼出其它边长不同的“空白”正方形出来。

解：(1) 可以利用直角边拼出正方形来

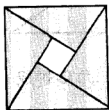




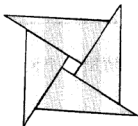
(2) 也可以利用斜边拼出正方形来



(3) 利用斜边作为大正方形的边, 则另一条直角边的一部分形成空白正方形



(4) 在(3)的基础上, 四个三角形沿着直角边“往里挤”, 可以形成较小的“空白”正方形



习题十四

1. 请用两个同样的直角三角形拼成:

① 一个长方形



② 一个大三角形

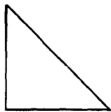
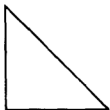




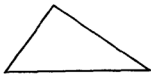
2. 请用两个同样的等腰直角三角形拼成:

①一个正方形

②一个直角等腰三角形



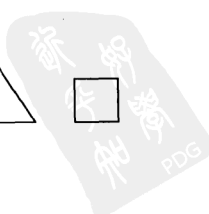
3. 请用两个同样的一般三角形拼成一个平行四边形。



4. 请用四个同样的等腰直角三角形拼成一个正方形。

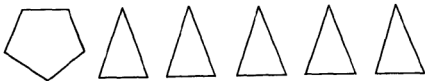


5. 请用四个同样的直角三角形和一个正方形拼成一个大正方形。

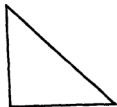




6. 请用一个五边形和五个等腰三角形拼成一个“五角星”。



7. 请用八个等腰直角三角形拼成一个大正方形。



8. 请用四个一样的等边三角形拼成一个大等边三角形。



9. 请用六个一样的等边三角形拼成一个正六边形。



10. 请用七个正六边形(右面只画了一个)拼出一个蜂窝状的图形。



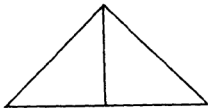
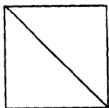


习题十四解答

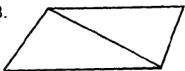
1.



2.



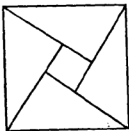
3.



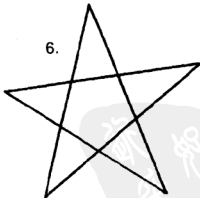
4.



5.

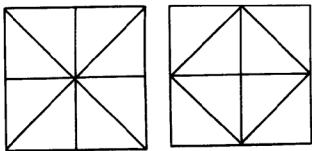


6.

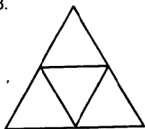




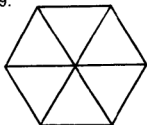
7.



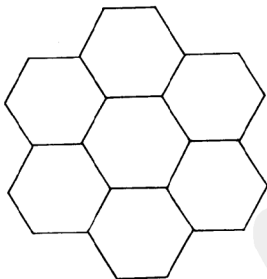
8.



9.



10.



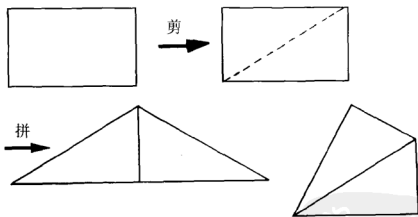
新
知
学
堂
PDG

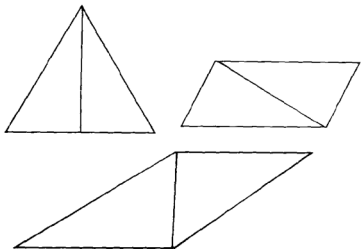
第 15 讲 一个图形的 等积变换

把一个图形切开后组拼成另一个图，它的形状变了但（面积）大小未变，这样的过程叫做图形的等积变换。

【例 1】把下面的长方形剪一刀，将它分成两个同样的直角三角形。然后用这两个直角三角形拼成另外形状的图形。试试看。

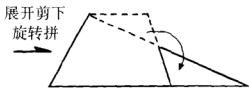
解：





【例 2】给你一个梯形，先将它折叠两次（如图示），再沿三角形一边的那条折痕剪开，拼成一个三角形。

解：

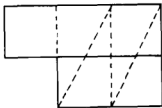




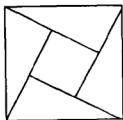
【例3】右图由五个小正方形组成,请先用剪刀把它剪开,然后重新拼成一个大正方形。



解:此题有很多种不同的切拼方法,这里只举一种。把小正方形剪下来,再将剩下的大正方形等分成四个直角三角形,再像下面的右图那样拼成一个大正方形。



沿虚线剪开,成为一个小正方形和四个直角三角形



重新拼成一个大正方形



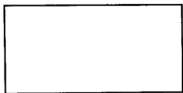
习题十五

1. 把一个平行四边形折叠展开描痕分成二等分,沿折痕剪开后,再拼成另一个平行四边形。

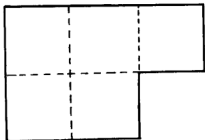




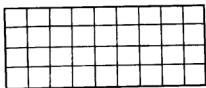
2. 把下图中的长方形纸片先剪成两个大小相同的正方形，再把每个正方形纸片剪成两块，然后拼成一个大正方形。怎样剪，怎样拼？



3. 下图所示这块木料可看成由五个小正方形组成。聪明的木工只锯了两次，就拼出了一个正方形桌面。想一想，他是怎样锯、怎样拼的？

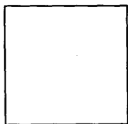


4. 请把下图中的长方形分形状相同、大小相等的两块，然后再拼成一个正方形。

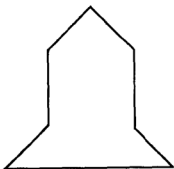




5. 请把下图中的正方形分成形状相同、大小相等的四块,然后再拼成一个等腰直角三角形。



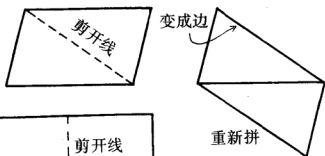
6. 把下面的图形剪两刀变成三块,再把这三块拼成一个正方形。



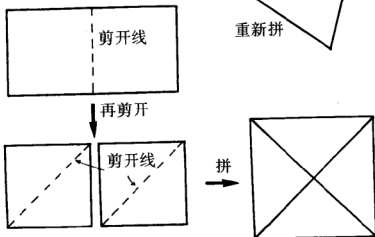


习题十五解答

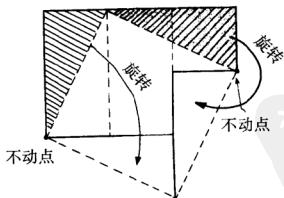
1.



2.

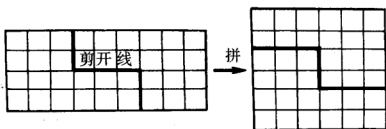


3.

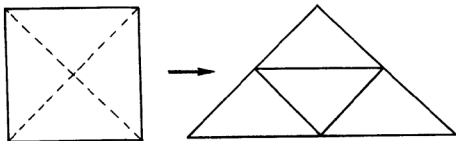




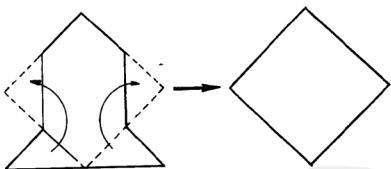
4.



5.



6.



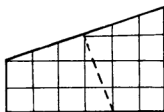
第 16 讲 一个图形的 等份分划

把一个图形划分为大小相等、形状相似的几部分叫做图形的等份分划。

【例 1】在右图中画一条直线，把图形分成形状相同、大小相等的两部分。

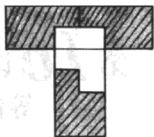
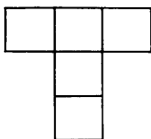


解：图中共有 18 个正方形小格，若分成大小相等的两部分时，每一部分应包含有 9 个正方形小格。还可以看出，此图中有一条“斜线”边缘。经尝试可做出如虚线所示的划分。



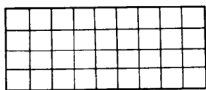
【例 2】下面左图是由五个同样的正方形组成，请把它们分成形状相同、大小相等的四块。



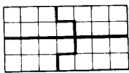


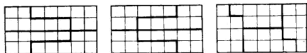
解：要求把五个正方形分成大小相等的四块，不难算出，每块应当包含有一个正方形，另外还应当再加一个正方形的四分之一。经尝试，划分方法如上面右图。

【例3】如下图所示，一个长方形由28个小正方形组成。请把它划分成形状相同、大小相等的四块，你能做出多少种划分方法？



解：划分方法很多，如下图：

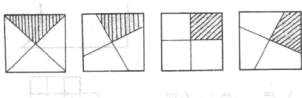




【例 4】将右图所示正方形用两条直线划分成形状相同、大小相等的四块，有多少种方法？



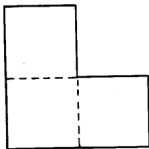
解：由画出的 4 个图可见，两条对角线一同旋转，可做出无数种划分方法，如下图所示。



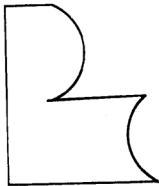


习题十六

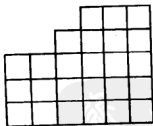
1. 右图是由 3 个大小相同的正方形组成,要把它分成大小、形状都一样的 4 块,该怎样分?



2. 你能把右边的图形分成 2 块,使它们的大小、形状都一样吗?试试看。

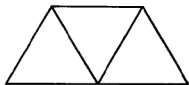


3. 把一块地(如右图)分给 5 个种植小组,每组分得的土地的形状和大小要相同,怎样分?

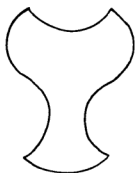




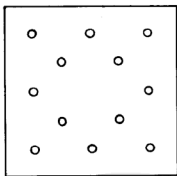
4. 3 个同样大小的等边三角形组成一个等腰梯形(如图所示)。现在要将这个梯形分成大小相等、形状相同的四块,怎样分?



5. 请把右图划分成大小相等、形状相同的两部分(不允许用直线从图形的中央竖直分开)。



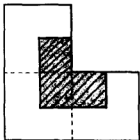
6. 如右图所示,正方形的院中有 12 棵树。现在要把这院分成大小相等、形状相同的 4 个小区,每个小区要有 3 棵树,如何分?



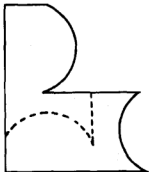


习题十六解答

1. 3个正方形要分成大小相等的4块，必须每个正方形分出四分之一小块，4个四分之一小块再凑成一块。再考虑到4块形状相同的要求，经尝试可做如右图中的划分。



2. 可以这样想：因为原图中有弯曲线，所以将要分成的两块的分界线一定也是这样的弯曲线，它可使一块成为凸的，使另一块成为凹的。如图所示。



3. 先计算一下，图中共有25个小正方形。题目要求把它分成大小相等的五块，每块就应含有5个小正方形。再考虑到每块形状相同的要求，经尝试可按右图所示方法划分。

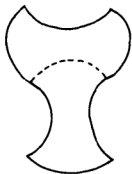




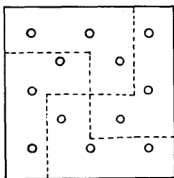
4. 把 3 个等边三角形组成的图形分成 4 块, 就需要从每个等边三角形中划出一块, 共划出 3 块, 使其组成的图形和每个三角形剩下的部分形状相同, 大小相等。经尝试, 得到如右图所示的划分。



5.



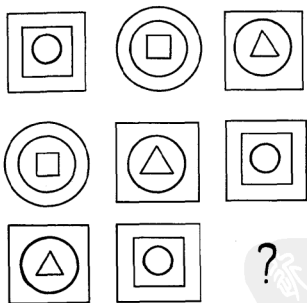
6.



第17讲 发现图形的变化规律

这是一种综合训练。通过对图形的仔细观察、反复比较、大胆猜测、严格检验和不断修正等思考程序,就能发现下列图形的变化规律,得出正确的答案。

【例1】下图是按一定规律排列的。找出它的变化规律后,试填出所缺少的图形。



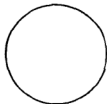


解：通过观察、比较可以发现，第一行和第二行的三个小图形是相同的，所不同的只是它们的排列顺序。还可以发现，从第一行变到第二行，每个小图形都往右移动了一个图形的位置，而且第一行最左边的图形占了第二行最右边的位置。

所以第三行“？”处应填：



【例 2】在下图的一组图形中，“？”处应填什么样的图形？



？

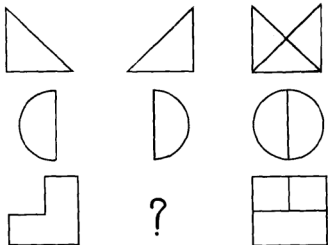


新
知
掌
握



解：仔细观察可发现，第一行和第二行中的最右边的完整图形是这样变来的：将最左边的半个图形，往右平移到中间图形位置，然后再去掉两个图形的重合部分。按这个规律可知“？”处就填：

【例3】 下图的一组图形的“？”应填什么样的图形？



解：每行的第一和第二个平移重叠后变成第三个图形。可见第三行“？”处为：

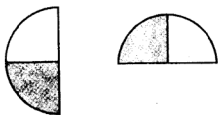
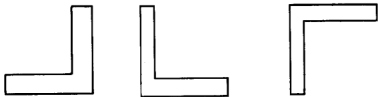
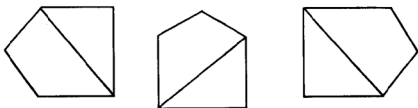




习题十七

下列各题中的图形都缺少一个，试根据对已给出的图形的观察思考，找出图形的变化规律，将所缺的图形补上。

1.

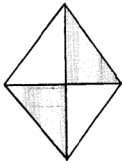
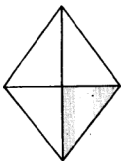
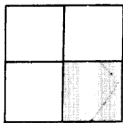
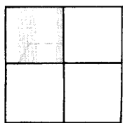


?





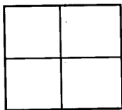
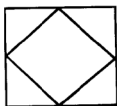
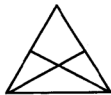
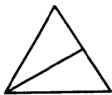
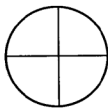
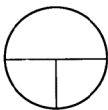
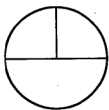
2.



?



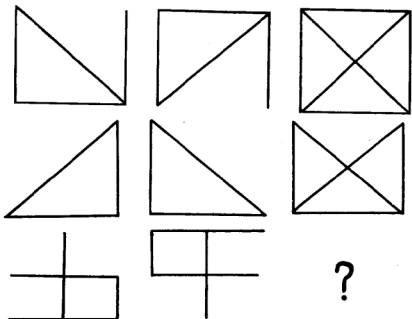
3.



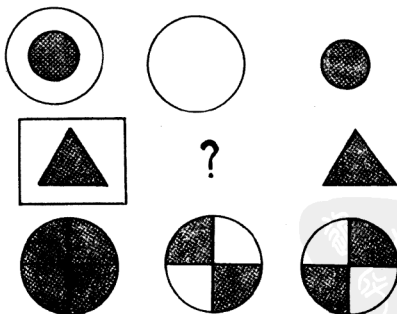
?



4.



5.



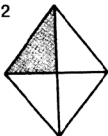


习题十七解答

1



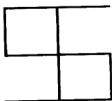
2



3



4



5



第 1 讲 速算与巧算(一)

一、凑十法：

同学位已经知道，下面的五组成对的数相加之和都等于 10：

$$1 + 9 = 10$$

$$2 + 8 = 10$$

$$3 + 7 = 10$$

$$4 + 6 = 10$$

$$5 + 5 = 10$$

巧用这些结果，可以使计算又快又准。

【例 1】计算

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

解：对于这道题，当然可以从左往右逐步相加：

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 + 5 = 15$$

$$15 + 6 = 21$$

$$21 + 7 = 28$$

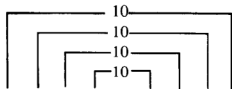
$$28 + 8 = 36$$

$$36 + 9 = 45$$

$$45 + 10 = 55$$

这种逐步相加的方法，好处是可以得到每一步的结果，但缺点是麻烦、容易出错；而且一步出错，以后步步都错。若是利用凑十法，就能克服这种缺点。





$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

二、凑整法

同学们还知道，有些数相加之和是整十、整百的数，如：

$1 + 19 = 20$

$11 + 19 = 30$

$2 + 18 = 20$

$12 + 28 = 40$

$3 + 17 = 20$

$13 + 37 = 50$

$4 + 16 = 20$

$14 + 46 = 60$

$5 + 15 = 20$

$15 + 55 = 70$

$6 + 14 = 20$

$16 + 64 = 80$

$7 + 13 = 20$

$17 + 73 = 90$

$8 + 12 = 20$

$18 + 82 = 100$

$9 + 11 = 20$

又如：

$15 + 85 = 100$

$14 + 86 = 100$

$25 + 75 = 100$

$24 + 76 = 100$

$35 + 65 = 100$

$34 + 66 = 100$

$45 + 55 = 100$

$44 + 56 = 100$ 等等

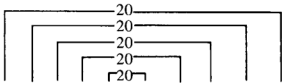
巧用这些结果，可以使那些较大的数相加又快又准。像 10、20、30、40、50、60、70、80、90、100 等等这些整十、整百的数就是凑整的目标。



**【例 2】**计算

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$$

解：这是求 1 到 19 共 10 个单数之和，用凑整法做：

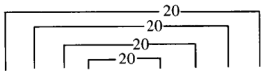


$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$$

【例 3】计算

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$$

解：这是求 2 到 20 共 10 个双数之和，用凑整法做：

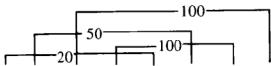


$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = 110$$

【例 4】计算

$$2 + 13 + 25 + 44 + 18 + 37 + 56 + 75$$

解：用凑整法：



$$2 + 13 + 25 + 44 + 18 + 37 + 56 + 75 = 270$$



三、用已知求未知

利用已经获得较简单的知识来解决面临的更复杂的难题这是人们认识事物的一般过程,凑十法、凑整法的实质就是这个道理,可见把这种认识规律用于计算方面,可使计算更快更准。下面再举两个例子。

【例5】计算

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20$$

解:由例2和例3,已经知道从1开始的前10个单数之和以及从2开始的前10个双数之和,巧用这些结果计算这道题就容易了。

$$\begin{aligned} & 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20 \\ &= (1+3+5+7+9+11+13+15+17+19) + \\ & \quad (2+4+6+8+10+12+14+16+18+20) \\ &= 100+110(\text{这步利用了例2和例3的结果}) \\ &= 210 \end{aligned}$$

【例6】计算 $5+6+7+8+9+10$

解:可以利用前10个自然数之和等于55这一结果。

$$\begin{aligned} & 5+6+7+8+9+10 \\ &= (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) - \\ & \quad (\text{熟练后,此步骤可省略}) \\ & (1+2+3+4) \\ &= 55-10=45 \end{aligned}$$





四、改变运算顺序

在只有加减运算的算式中，有时改变加、减的运算顺序可使计算显得十分巧妙！

【例 7】计算

$$10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$$

解：这题如果从左到右按顺序进行加减运算，是能够得出正确结果的。但因为算式较长，多次加减又繁又慢且容易出错。如果改变一下运算顺序，先减后加，就使运算显得非常“漂亮”。下式括号中的算式表示先算，

$$\begin{aligned} & 10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1 \\ = & (10 - 9) + (8 - 7) + (6 - 5) + (4 - 3) \\ & + (2 - 1) \\ = & 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \end{aligned}$$

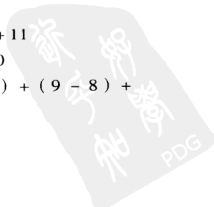
五、带着“+”、“-”号搬家

【例 8】计算

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 + 11$$

解：这题只有加减运算，而且 $1 - 2$ 不够减。我们可以采用带着加减号搬家的方法解决。要注意每个数自己的符号就是这个数前面的那个“+”号或“-”号，搬家时要带着符号一起搬。

$$\begin{aligned} & 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 + 11 \\ = & 1 + 3 - 2 + 5 - 4 + 7 - 6 + 9 - 8 + 11 - 10 \\ = & 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + (9 - 8) + \\ & (11 - 10) \text{ [先减后加]} \end{aligned}$$





$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

在这道题的运算中，把“+3”搬到“-2”的前面，把“+5”搬到了“-4”的前面，……把“+11”搬到了“-10”的前面，这就叫带着符号搬家。巧妙利用这种搬法，可以使计算简便。



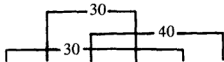
习题一

1. 计算： $13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 25$
2. 计算： $2 + 3 + 4 + 5 + 15 + 16 + 17 + 18 + 20$
3. 计算： $21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29$
4. 计算： $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$
5. 计算： $22 - 20 + 18 - 16 + 14 - 12 + 10 - 8 + 6 - 4 + 2 - 0$
6. 计算： $10 - 20 + 30 - 40 + 50 - 60 + 70 - 80 + 90$
7. 计算： $(2 + 4 + 6 + 8 + 10) - (1 + 3 + 5 + 7 + 9)$
8. 计算： $(2 + 4 + 6 + \dots + 20) - (1 + 3 + 5 + \dots + 19)$
9. 计算： $(2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 99)$



习题一解答

1. 解：见下图：

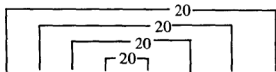


$$13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 25 = 100$$



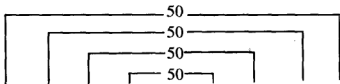


2. 解:见下图:



$$2 + 3 + 4 + 5 + 15 + 16 + 17 + 18 + 20 = 100$$

3. 解:见下图:



$$21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29 = 225$$

4. 解:

$$\begin{aligned} & 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + \\ & 17 + 18 + 19 + 20 \\ = & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + \\ & 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 - (1 + 2 + 3 + 4) \\ = & 210 - 10 (\text{利用例 5 的结果}) \\ = & 20 \end{aligned}$$

5. 解:

$$\begin{aligned} & 22 - 20 + 18 - 16 + 14 - 12 + 10 - 8 + 6 - 4 + 2 - 0 \\ = & (22 - 20) + (18 - 16) + (14 - 12) + (10 - 8) + (6 - \\ & 4) + (2 - 0) \\ = & 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\ = & 12 \end{aligned}$$

6. 解:

$$\begin{aligned} & 10 - 20 + 30 - 40 + 50 - 60 + 70 - 80 + 90 \\ = & 10 + 30 - 20 + 50 - 40 + 70 - 60 + 90 - 80 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= 10 + (30 - 20) + (50 - 40) + (70 - 60) + (90 - 80) \\
 &= 10 + 10 + 10 + 10 + 10 \\
 &= 50
 \end{aligned}$$

7. 解:

$$\begin{aligned}
 &(2 + 4 + 6 + 8 + 10) - (1 + 3 + 5 + 7 + 9) \\
 &= (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + (8 - 7) + (10 - 9) \\
 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

8. 解:

$$\begin{aligned}
 &(2 + 4 + 6 + \cdots + 20) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 19) \\
 &= (2 - 1) + \underbrace{(4 - 3) + (6 - 5) + \cdots + (20 - 19)}_{10 \text{ 个括号}} \\
 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{10 \text{ 个 } 1} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

9. 解:

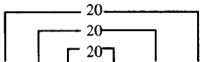
$$\begin{aligned}
 &(2 + 4 + 6 + \cdots + 100) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 99) \\
 &= (2 - 1) + \underbrace{(4 - 1) + (6 - 5) + \cdots + (100 - 99)}_{50 \text{ 个括号}} \\
 &= \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{50 \text{ 个 } 1} \\
 &= 50
 \end{aligned}$$



第2讲 速算与巧算(二)

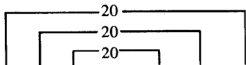
【例1】哥哥和妹妹分糖。哥哥拿1块，妹妹拿2块；哥哥拿3块，妹妹拿4块；接着哥哥拿5块、7块、9块、11块、13块、15块，妹妹拿6块、8块、10块、12块、14块、16块。你说谁拿得多，多几块？

解：方法1：先算哥哥共拿了多少块？



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64 \text{ (块)}$$

再算妹妹共拿了多少块？



$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 72 \text{ (块)}$$

$$72 - 64 = 8 \text{ (块)}$$

方法2：这样想：先算每次妹妹比哥哥多拿几块，再算共多拿了多少块。

$$\begin{aligned} & (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + (8 - 7) + \\ & (10 - 9) + (12 - 11) + (14 - 13) + (16 - 15) \\ & = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$





= 8(块)

可以看出方法2要比方法1巧妙!

平时注意积累,记住一些有趣的和重要的运算结果,非常有助于速算。比如,请同学记住几个自然数相加之和:

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

【例2】星期天,小明家来了9名小客人。小明拿出一包糖,里面有54块。小明说:“咱们一共10个人,每人都要分到糖,但每人分到的糖块数不能一样多,谁会分?”结果大家都无法分,你能帮他们分好吗?

解:按小明提的要求确实无法分。

因为要使得每个人都得到糖,糖块数人人不等,需要糖块数最少的分法是:第一人分到1块,第二人分到2块,……第十人分到10块。但是,这种分法共需要有

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55(\text{块})$$

而小明这包糖一共才54块,所以按这种方法无法分。如果改变一下,有一人少得1块糖,比如说,应该得10块糖的小朋友只分到了9块,但是这样一来,他





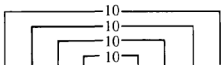
就和另一个先分得 9 块糖的那小朋友一样多了，这又不符合小明提出“每人分到的糖块数不能一样多”的要求。

(注意：“按小明提的要求无法分”就是此题的答案。在数学上“无解”也叫问题的答案。)

【例 3】 时钟 1 点钟敲 1 下，2 点钟敲 2 下，3 点钟敲 3 下，……照这样敲下去，从 1 点到 12 点，这 12 个小时时钟共敲了几下？

解： 这是一道美国小学奥林匹克试题，要求在 3 分钟内就要得出答案。

方法 1: 凑十法



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78(\text{下})$$

方法 2: 如果能记住从 1 到 10 前十个自然数之和是 55，计算会更快。

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) + 11 + 12 \\ &= 55 + 11 + 12 \\ &= 78(\text{下}) \end{aligned}$$



习 题 二

1. 三个小朋友分 5 块糖。要求每人都分到糖，但每人分到的糖块数不能一样多，你能分吗？

2. ①把 16 只小鸡分别装进 5 个笼子里，每个笼子里都要有鸡，而且每个笼子里的鸡的只数也不能相





同，如何分装？

②按同样要求，把15只小鸡装进5个笼子能办得到吗？

③按同样要求，把14只小鸡分装到5个笼子能办得到吗？

3. ①把100块糖分给10个小朋友。要求每人都分到单数块糖，而且每人分到糖块数都不一样，如何分？

②把99块糖按同样要求分给10个小朋友，你能分吗？

4. 从1到20这20个数中，所有的双数之和与所有的单数之和的差是多少？

5. 小方家的钟除了几点钟敲几下外，每半点钟也敲一下。比如说，0点半敲1下，1点钟敲1下，1点半敲1下，2点敲2下，2点半敲1下，……照这样敲下去，从夜里0点开始，计到白天中午12点钟，在这12个小时之内时钟共敲了多少下？



习题二解答

1. 答案是不能分。

所需糖块数最少的一种分法是：第1个人分1块，第2个人分2块，第3个人分3块，这样三个人共需要有 $1+2+3=6$ (块)，但总的糖块数只有5块，不够分。如果第3个人也分得2块，这样糖是够分了，但是这样就有2个人分得糖块数一样多了，又不符合分糖的要求了。

2. ①5只笼子装16只小鸡的装法是1,2,3,4,6。

$$1+2+3+4+6=16(\text{只})$$





② 5 只笼子装 15 只小鸡的装法是 1,2,3,4,5。

$$1+2+3+4+5=15(\text{只})$$

③ 5 只笼子装 14 只小鸡，要求每笼都有鸡，而且笼鸡数不等，无法分装。

3. ① 记住 $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$ 立即可知 100 块糖按要求分给 10 个人的分法是：各人所得糖块数分别为 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19。

② 99 块糖按要求分给 10 个小朋友无法分。

4. 解：方法 1：

$$\begin{aligned} \text{单数之和：} & 1+3+5+7+9+11+13+15+17+ \\ & 19=100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{双数之和：} & 2+4+6+8+10+12+14+16+18+ \\ & 20=110 \end{aligned}$$

$$\text{差：} 110-100=10$$

方法 2：改变运算顺序

$$\begin{aligned} & (2+4+6+8+10+12+14+16+18+20) - (1+ \\ & 3+5+7+9+11+13+15+17+19) \\ = & (2-1) + (4-3) + (6-5) + (8-7) + (10- \\ & 9) + (12-11) + (14-13) + (16-15) + \\ & (18-17) + (20-19) \\ = & 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 \\ = & 10 \end{aligned}$$

5. 解：先记录时钟敲的整点数和半点数如下：

0 点半	1 点	1 点半	2 点	2 点半	3 点	3 点半	4 点	4 点半	5 点	5 点半	6 点	6 点半	7 点	7 点半	8 点	8 点半	9 点	9 点半	10 点	10 点半	11 点	11 点半	12 点
1	1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1	7	1	8	1	9	1	10	1	11	1	12





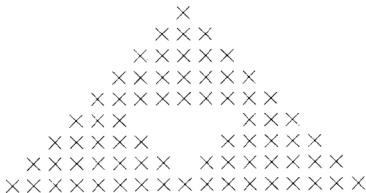
列算式求和,并改变运算顺序:

$$\begin{aligned} & 1+1+1+2+1+3+1+4+1+5+1+6+1+7+ \\ & 1+8+1+9+1+10+1+11+1+12 \\ = & (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) + \\ & (1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1) \\ = & 78+12 \\ = & 90(\text{下}) \end{aligned}$$



第3讲 数数与计数(一)

【例1】请你数一数,下图中共有多少个“×”?



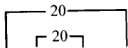
解: ①分层数



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 6 + 10 + 14 + 17 = 72$$

②先按“实心”三角形计算,再减去“空白”三角形中“×”的个数

$$(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17) - (5 + 3 + 1)$$



$$= 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72$$





【例2】下图所示的“塔”由4层没有缝隙的小立方块垒成,求塔中共有多少小立方块?

从顶层开始数,各层小立方块数是:

第一层: 1块;

第二层: 3块;

第三层: 6块;

第四层: 10块;

总块数 $1 + 3 + 6 + 10 = 20$ (块)。

从上往下数,第一层: 1块;

第二层: 第一层的1块加第二层“看得见”的2块等于第二层的块数:

$1 + 2 = 3$ 块;

第三层: 第二层的3块加第三层“看得见”的3块等于第三层的块数:

$3 + 3 = 6$ 块;

第四层: 第三层的6块加第四层“看得见”的4块等于第四层的块数:

$6 + 4 = 10$ 块。

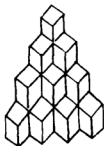
总块数 $1 + 3 + 6 + 10 = 20$ (块)

【例3】右图是由小立方体码放起来的,其中有一些小立方体被压住看不见。请你数一数共有多少小立方体?

解: 从右往左数,并且编号

第一排: 1块;

第二排: 7块;





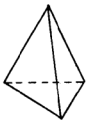
第三排：5 块；

第四排：9 块；

第五排：16 块；

总数： $1 + 7 + 5 + 9 + 16 = 38$ (块)。

【例 4】数一数下面的立体图形的面数、棱数和顶点数各是多少？



面数：4(左图)

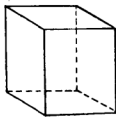
棱数：6

顶点数：4

面数：5(右图)

棱数：8

顶点数：5



面数：6(左图)

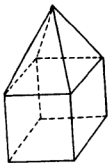
棱数：12

顶点数：8

面数：9(右图)

棱数：16

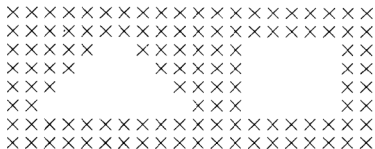
顶点数：9





习 题 三

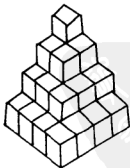
1. 请你数一数，下图中共有多少 \times ？



2. 如下图所示，一单层砖墙下雨时塌了一处，请你数一数，需要多少块砖才能把墙补好？

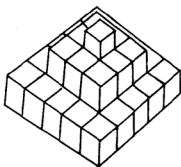


3. 如右图所示是一个由小立方体构成的塔，请你数一数并计算出共有多少块。

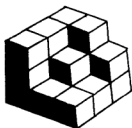




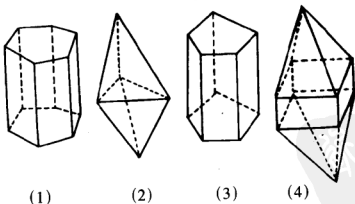
4. 如右图所示是由小立方体构成的“宝塔”，请你数一数共多少块？



5. 右图所示是由小立方体堆起来的，请你数一数，共有多少小立方体？



6. 数一数，下面的立体图形的面数、棱数和顶点数各是多少？

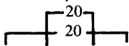




习题三解答

1. 解:

方法 1: 从最上边的一行往下数



$$20 + 20 + 13 + 11 + 9 + 7 + 20 + 20 = 120 (\text{个})$$

方法 2: 假设“×”填满整个长方形的图形, 应该共有“×”: $20 \times 8 = 160$ (个)。

“空白”三角形处应有“×”:

$$2 + 4 + 6 + 8 = 20 (\text{个})。$$

“空白”长方形处应有“×”:

$$5 \times 4 = 20 (\text{个})。$$

实际上“×”的总数是:

$$160 - 20 - 20 = 120 (\text{个})。$$

2. 解: 从下往上数, 墙洞所缺少的砖块数是:

$$1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 10 (\text{块})。$$

3. 解: 从上往下数, 注意: 不要漏掉那些看不见的小立方体。

第一层: 1 块; 第二层: 4 块;

第三层: 9 块; 第四层: 16 块;

$$\text{总数: } 1 + 4 + 9 + 16 = 30 (\text{块})。$$

4. 解: 从上往下数

第一层: 1 块; 第二层: 9 块;

第三层: 25 块;

$$\text{总数: } 1 + 9 + 25 = 35 (\text{块})。$$





5. 解:由前往后数,并进行编号

第一排: 5 块;

第二排: 6 块;

第三排: 8 块;

总数: $5 + 6 + 8 = 19$ (块)。

6. 解: 图(1)是六棱柱;

面数 8, 棱数 18, 顶点数 12。

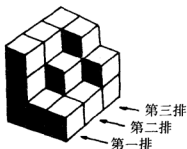
图(2)是由两个四面体组成;

面数 6, 棱数 9, 顶点数 5。

图(3)是五棱柱;

面数 7, 棱数 15, 顶点数 10。

图(4)是由两个四棱锥和一个四棱柱组成; 面数 12, 棱数 20, 顶点数 10。



第4讲 数数与计数(二)

数数与计数时，注意不应漏掉，不应重复。如果漏掉了，要加上；如果重复了，要减掉。

【例1】小朋友排队，小红前面4个人，后面3个人，问这队共有几个人？

解：



这队的总人数要数上小红，所以是

$$4 + 3 + 1 = 8(\text{人})。$$

【例2】排好队，来报数，

正着报数我报七，

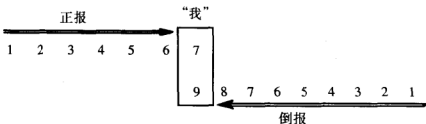
倒着报数我报九，

一共多少小朋友？





解：见下图



正着报数“我”报了一次，倒着报数“我”又报了一次，所以把两次报数加起来时，“我”被加了两次。因此算这队的总人数时，应从两次报数之和减1。

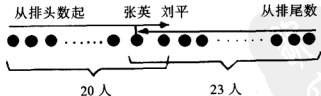
$$7 + 9 - 1 = 15(\text{人})。$$

也可以这样想：正着报数报到我为止，倒着报数时，我就不报了，只报到我的后面相邻的那个人他应该报8，所以全队总人数是：

$$7 + (9 - 1) = 15(\text{人})。$$

【例3】少先队员排成队去参观科技馆。从排头数起刘平是第20个；从排尾数起，张英是第23个。已知刘平的前一个是张英。问这队少先队员共有多少人？

解：画示意图，用点代表少先队员。



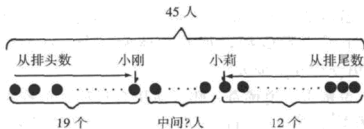


由图可见，从排头数起时，把张英和刘平数了一次。由排尾数起时，又把刘平和张英数了一次，可见把他两人多数了一次，所以点总人数时，应减去多数的那一次才对。

$$20 + 23 - 2 = 41(\text{人})。$$

【例4】45个小朋友排成一队去春游。从排头往后数，小刚是第19个；从排尾往前数，小莉是第12个，问小刚和小莉中间有几个人？

解：画示意图。用点“·”代表人

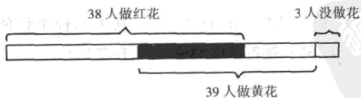


由图可见，小刚和小莉中间的人数是：

$$45 - (19 + 12) = 14(\text{人})。$$

【例5】一班同学做花，做红花的有38人，做黄花的有39人，没有做花的有3人。如果全班55人，那么既做红花又做黄花的有多少人？

解：画图如下：





由图可见,做花的人: $55 - 3 = 52$ (人)。

图中阴影部分表示两色花都做的人:

$$38 + 39 - 52 = 25$$
(人)。



习 题 四

1. 学生排成一队,在小进的前面有 6 人,后面有 8 人,问这队共有多少人?

2. 12 辆汽车组成一列车队向前行进。从前面数起,红色的小轿车是第 7 辆。问从后面数它是 第几辆?

3. 游泳池里男生都戴蓝帽,女生都戴红帽。池中一个男生小强边看边数,他看见蓝帽 4 个,红帽 5 个。问池中男女生共多少人?

4. 说稀奇、道稀奇,鸭子队里有只鸡。正着数它第六,倒着数它第七。请你帮助算一算,小鸭一共有几只?

5. 一个小组的小学生共有 5 人,已知他们都做了语文作业或数学作业。又知做完语文作业的有 3 人,做完数学作业的有 4 人。问语文和数学作业都做完了的有几人?

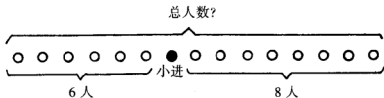
6. 在 100 名学生中统计,有 65 人会骑自行车,有 73 人会游泳,有 10 人既不会骑自行车又不会游泳。问既会骑自行车又会游泳的人有多少?

7. 某班有学生 45 人,订阅《中国少年报》的有 29 人,订阅《小朋友》的有 28 人,其中两种都订阅的有 16 人,问两种刊物都没有订阅的人有多少?



习题四解答

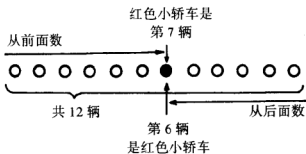
1. 解



由图可知：总人数是

$$6 + 8 + 1 = 15 \text{ 人。}$$

2. 解：方法 1：数一数；先画示意图如下，用●代表红色小轿车，用○代表其他车。



从后面往前数一数，红色小轿车是第 6 辆。

方法 2：算一算；这队车共有 12 辆，从前面往后数，红色小轿车是第 7 辆，所以红色小轿车前面有 $7 - 1 = 6$ 辆车，因此从后面往前数，红色小轿车是第 $12 - 6 = 6$ 辆。



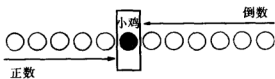


3. 解:画示意图如下:



因为男生小强边看边数时,没有看见自己的蓝帽,他把自己漏数了。所以算总人数时,要把他加上,即 $4 + 5 + 1 = 10$ (人)。

4. 解:画示意图,用○代表小鸭,用●代表小鸡。

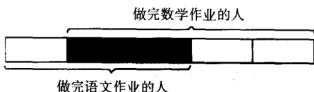


由图可见,正数算上了小鸡,倒数也算上了小鸡。这样两数之和 $6 + 7 = 13$ 中,把小鸡计算了两次。所以求小鸭的数目时就要减去两个小鸡。

$$6 + 7 - 2 = 11 \text{ (只小鸭)。}$$



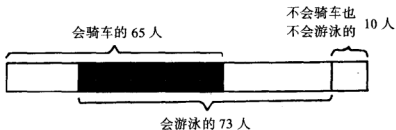
5. 解:画示意图如下:



两种作业都做完的人既算在了做完语文作业的3人中,又算在了做完数学作业的4人中,因此这部分人被多算了一次,(如图中阴影部分所示)所以两种作业都做完的人数是:

$$3 + 4 - 5 = 2(\text{人})。$$

6. 解:画图如下:



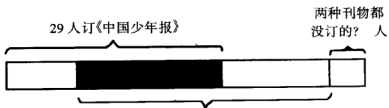
由图可知:会骑车或是会游泳的总人数是
 $100 - 10 = 90(\text{人})。$

两种都会的人数是 $65 + 73 - 90 = 48(\text{人})。$ (图中阴影部分所示)





7. 解：画示意图如下：



因为至少订 1 份刊物的人：

$$28 + 29 - 16 = 41(\text{人})。$$

两种刊物都没有订的人：

$$45 - 41 = 4(\text{人})。$$

第5讲 数数与计数(三)

【例1】

小朋友，张开手，
五个手指人人有。
手指之间几个“空”，
请你仔细瞅一瞅？

(注)“瞅一瞅”就是“看一看”的意思。

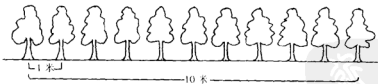
解：见右图看一看、数一数

可知：5个手指间有4个“空”。“空”又叫“间隔”，也就是，人的一只手有5个手指4个间隔。



【例2】小朋友在一段马路的一边种树。每隔1米种一棵，共种了11棵，问这段马路有多长？

解：画示意图如下：





由图可见，这段马路的 11 棵树之间有 10 个“空”，也就是 10 个间隔。每个间隔长 1 米，10 个间隔长 10 米。也就是说这段马路长 10 米。像这类问题一般叫做“植树问题”。可以得出一个公式：当两头都种树时：

$$\text{棵数} - 1 = \text{间隔数}$$

【例 3】把一根粗细一样的木头锯成 5 段，需要 4 分钟。

- ①如果把这根木头锯成 10 段，需要几分钟？
- ②如果把这根木头锯成 100 段，需要几分钟？



解：画出示意图：

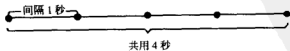
由图可见，把木头锯成 5 段，只需要锯 4 次。
所以锯一次需 1 分钟。

①同样道理，把这根木头锯成 10 段，只需锯 9 次，所以需 9 分钟。

②同理，把这根木头锯成 100 段，只需锯 99 次，所以需 99 分钟。

【例 4】鼓楼的钟打点报时，5 点钟打 5 下需要 4 秒钟。问中午 12 点时打 12 下需要几秒钟？

解：画示意图。钟打一下用一个点代表，打 5 下画 5 个点。





由图可见，钟打5下中间有4个时间间隔，4个间隔是4秒钟，每个间隔就是1秒钟。由此推理钟打12下时有 $12 - 1 = 11$ 个时间间隔，故用11秒钟。



习 题 五

1. 一队男生8人。老师要求在2名男生中间插进1名女生，问可插进多少女生？

2. 小冬用12张纸订成一个本子。从头数起，每隔3张纸夹进一片树叶，问这个本子内共放进多少片树叶？

3. 在一条20米长的小路两旁种小松树，如果每隔5米种一棵，而且两头都种树，问这段小路上共种多少棵？

4. 一根钢管长6米，每分钟锯下1米，几分钟锯完？

5. 一根木头锯成4段，要付锯工费1元。如果要把这根木头锯成13段，要付锯工费多少元？

6. 小明与爸爸一同上楼。小明上得快、爸爸上得慢，小明上2层，爸爸上1层。问小明上到五楼时，爸爸上到几楼。

7. 沿着跑道插着11面旗，旗与旗离得一样远，第一面旗插在起点。运动员从起点起跑经过6秒钟到达第6面旗，问运动员到达第11面旗时，需要跑11秒钟吗？

8. 三点钟时，挂钟打响三下，用了12秒。到六点钟时，挂钟打响六下，要用几秒钟？





习题五解答

1. 解:

方法 1: 按老师要求, 在 2 名男生中间插进 1 名女生后, 写出队伍的排列情况是:

男女男女男女男女男女男女男女男女

数一数, 可知插进的女生共 7 人。

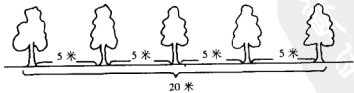
方法 2: 也可以这样想: 这道题中, 把男生看成“树”, 把女生看成“间隔”, 就能按植树问题的公式解这道题。因为两头都是男生, 就像两头都有树一样, 女生数应等于男生数减 1, 即 $8 - 1 = 7$ (人)。

2. 解: 画示意图如下:



可以这样想: 把每 3 张纸粘在一起成为一张“厚纸”, 12 张纸共粘成 4 张厚纸。按题目要求, 相当于每两张厚纸之间放入一片树叶, 可知共放入 3 片树叶。

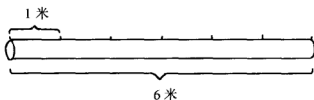
3. 解: 画示意图如下: (只画一旁种树情况)





由图可见，每5米为一段，20米长的路可分为4段，由于路两端都要种树，所以种的棵树等于段数加1，即一旁种树 $4 + 1 = 5$ (棵)，两旁共种 $5 + 5 = 10$ (棵)。

4. 解：画示意图如下：



由图可见，把6米长的钢管锯成1米长的6段，只需锯 $6 - 1 = 5$ (次)，题中说，每分钟锯下1米，就是说锯1次需要1分钟，所以锯5次需5分钟即5分钟把钢管锯完。

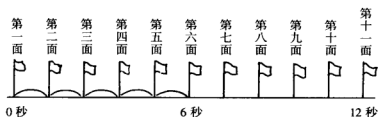
5. 解：把一根木头锯成4段只需锯 $4 - 1 = 3$ 次，按题意付锯工费1元。当把这根木头锯成13段时只需锯 $13 - 1 = 12$ 次，每锯3次付费1元，锯12次应付锯工费4元。

6. 解：见右图当小明跑到五楼时，实际上跑过了4层楼梯，所以爸爸此时只走过了2层楼梯，即走到了三楼。





7. 解：画出示意图：



在起点插着第一面旗，但在起点运动员起跑时，时间是从 0 秒开始计时的。运动员跑到第六面旗时，实际上是跑了 5 段间隔，这时他用了 6 秒钟的时间；当他跑到第 11 面旗时，实际上又跑了 5 段间隔，所以又用了 6 秒钟，总起来共用了 12 秒钟，而不是 11 秒钟。

8. 解：“当—当—当”钟敲响了三下，三响之间的间隔是两次，两个时间间隔用 12 秒，一个时间间隔就是 $12 \div 2 = 6$ (秒)。如果钟打六下，六响之间的间隔是 5 次，因而钟打六下要 $6 \times 5 = 30$ (秒)。

第6讲 数数与计数(四)

本讲采用枚举法解决数数与计数的问题。比如老奶奶数鸡蛋，她小心翼翼地把鸡蛋从篮子里一个一个地往外拿，边拿边数。篮子里的鸡蛋拿光了，有多少个鸡蛋也就数出来了。

这种最简单的数数与计数的方法就叫做枚举法。

【例1】用分别写有数字1和2的两张纸片，能够排出多少个不同的二位数？

解：用□1和□2代表这两张纸片。把所有可能的排法枚举出来，可知能排出两个二位数来。它们是：

□1□2, □2□1

【例2】用分别写有数字0, 1, 2的三张纸片□0, □1, □2, 能排出多少个不同的二位数？

解：因为“0”不能作为首位数字，所以只能排出4个二位数，它们是：

1作十位数字，0或2作个位数字：

□1□0, □1□2

2作十位数字，0或1作个位数字：

□2□0, □2□1

【例3】用分别写有数字1, 2, 3的三张纸片□1, □2, □3, 能排出多少不同的三位数？

解：用枚举法，即把所有可能排出的每一个三位数都写出来。再数一数共有多少个。





1 2 3, 1 3 2,

2 1 3, 2 3 1,

3 1 2, 3 2 1。

共 6 个不同的三位数。

【例 4】 小明左边抽屉里放有三张数字卡片 1, 2, 3, 右边抽屉里也放有三张卡片 1, 2, 3。如果他每次从左右两边抽屉里任意各拿一张出来, 组成一个二位数, 在纸上记下来之后, 再把卡片放回各自原来的抽屉里。然后再拿、再组数、再记、再放回……这样一直做下去, 问他一共可能组成多少个不同的二位数?

解: 不妨假设小明先从左边抽屉拿, 把拿出的数字卡片排在十位; 再从右边抽屉拿, 把拿出的数字卡片排在个位。下面是记下来的所有不同的二位数:

11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33。共 9 个不同的二位数。

【例 5】 有一群人, 若规定每两个人都握一次手而且只握一次手, 求他们共握多少次手? 假设这群人是:

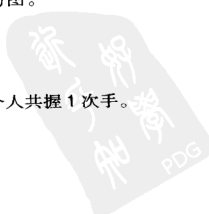
①两个人, ②三个人, ③四个人

解: 画图。用点“·”代表人。如果两人握一次手就在两个点之间连一条线。那么, 点和点之间连线的条数就代表握手的次数。见以下的图。

①两个人:

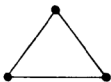


两点之间只能连一条线, 表示两个人共握 1 次手。



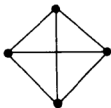


②三个人：



三点之间有三条连线，表示三个人共握3次手。

③四个人：



四点之间有六条连线，表示四个人共握6次手。

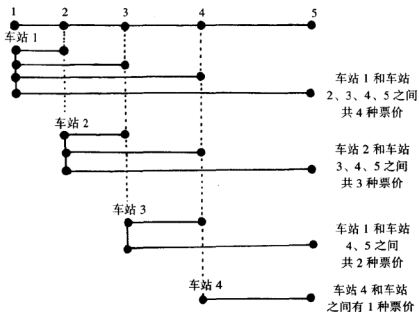
【例6】铁路上的火车票价是根据两站距离的远近而定的，距离愈远，票价愈高。如果一段铁路上共有五个车站，每两站间的距离都不相等，问这段铁路上的火车票价共有多少种？

解：



如图所示，用一条线段表示这段铁路用线段上的五个点代表五个车站，各点间距离不同表示各车站间距离不同，因而票价不同。





由图可见，各段长度不同的线段就表示各种不同的票价。

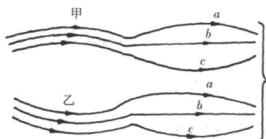
数一数，票价种数是： $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 种。

【例 7】小明到小华家有甲、乙两条路，小华到小英家有 a, b, c 三条路(如下图所示)。小明经过小华家去找小英，他想每次都不走完全重复的路线，问有多少种不同的走法？





解：共有6种不同的走法，见下图。



习题六

1. 用三张数字卡片 $\boxed{4}$ ， $\boxed{7}$ ， $\boxed{0}$ ，可以排出多少个不同的三位数？其中最大的比最小的大多少？

2. 有四张数字卡片 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{4}$ ， $\boxed{0}$ ，从中抽出三张组成三位数，问这些卡片可能组成多少个不同的三位数？

3. 用两套数字卡片 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{3}$ ， $\boxed{4}$ ， $\boxed{5}$ ，可组成多少个不同的二位数？

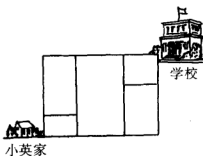
4. 在一次小学数学竞赛的领奖台上有五名同学上台领奖，他们每两个人都互相握了一次手。问他们共握了多少次手？

5. 全区六所小学举行小足球赛，每个学校派出一个代表队，要求规定每两个校队之间都要赛一场，问一共要赛多少场？

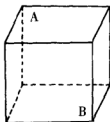




6. 右图是小英家和学校之间的街道图。问小英去上学时, 共有多少种不同的走法?(不准故意绕远走)



7. 如右图所示, 一只蚂蚁从一个正方体的 A 点沿着棱爬向 B 点, 如不故意绕远, 一共有几种不同的走法?



习题六解答

1. 解: 注意, 0 不能当作首位数字。所能排出的三位数字共有 4 个。它们是: 407, 470, 704, 740。

最大的数是 740, 最小的数是 407。

最大的数比最小的数大 $740 - 407 = 333$ 。

2. 解: 注意 0 不能当作首位数字。所能排出的三位数字共 18 个。

102, 104, 120, 124, 140, 142;

201, 204, 210, 214, 240, 241;

401, 402, 410, 412, 420, 421。

3. 解: 共组成 25 个不同的二位数。

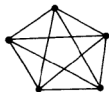
11, 12, 13, 14, 15;





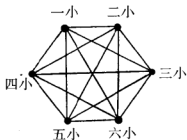
21, 22, 23, 24, 25;
 31, 32, 33, 34, 35;
 41, 42, 43, 44, 45;
 51, 52, 53, 54, 55.

4. 解: 画图。用点代表人, 用两点之间的连线代表两个人的一次握手。按这种规定连线的总条数就是握手的总次数。数一数, 共有 10 条连线, 所以共握手 10 次。



5. 解: 共赛 15 场。见下图。

①方法 1: 如右图所示这样数:
 一小和二小、三小、四小、
 五小、六小共赛 5 场; 二
 小再和三小、四小、五小、
 六小共赛 4 场;



(二小不能再和一小赛, 因为它们已经比赛过了, 下同)

三小再和四小、五小、六小共赛 3 场;

四小再和五小、六小共赛 2 场;

五小再和六小共赛 1 场。

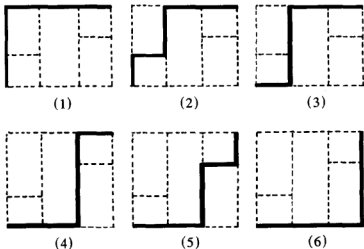
比赛场次总数: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ (场)。

②方法 2: 每个学校都要和其他的五个学校各赛一场, 共 5 场。因而六个学校所赛的场次是 $5 \times 6 = 30$ 场。但是这样计算还有个问题, 比如说一小和二小赛了一场, 这一场比赛被两个学校都计算在了自己所赛的场次里, 因而被计了两次。所以总场数也就多计了一倍。也就是说, 六个学校实际赛的总场次数是 $30 \div 2 = 15$ (场)。

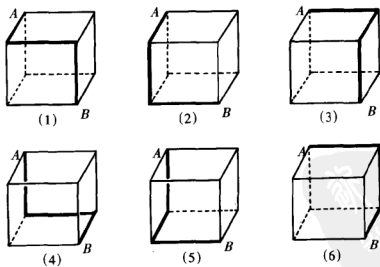




6. 解：小英由家到学校共有 6 种走法，见下图粗黑线所示。

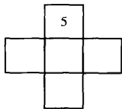


7. 解：蚂蚁沿着棱由 A 点爬到 B 点有 6 种不同的走法，见下图粗黑线所示。

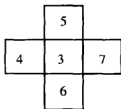


第7讲 填图与拆数(一)

【例1】如右图，把3、4、6、7四个数填在四个空格里，使横行、竖行三个数相加都得14。怎样填？



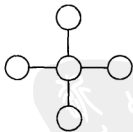
解：先看竖行，最上格中已有个5。要使 $5 + () = 14$ ，括号里的数就要填9。把9拆成两个数： $9 = 3 + 6$ ，（因为3和6



是题中给出的数)分别填在竖行的两个空格里。但进一步想，应该把哪一个填在中间空格里呢？这就需要看横行。横行两头的空格应填剩下的两个数4和7，因为4和7相加和为11，而 $11 + 3 = 14$ ，可见中间空格应填3。

【例2】如右图所示。在圆圈里填上不同的数，使每条直线上三个数相加之和都等于12。

解：见下图(1)，(2)，(3)。把12分拆成三个不同的数相加之和，得七种分拆方式：





$12 = 9 + 2 + 1$

$12 = 8 + 3 + 1$

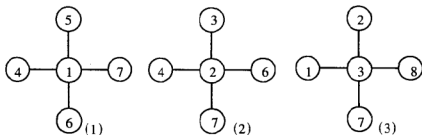
$12 = 7 + 4 + 1$

$12 = 7 + 3 + 2$

$12 = 6 + 5 + 1$

$12 = 6 + 4 + 2$

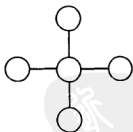
$12 = 5 + 4 + 3$



从各式中选择有一个相同加数的两个式子。 $12 = 1 + 5 + 6$ 和 $12 = 1 + 4 + 7$ 两式,将相同的加数 1 填在中间圆圈里,不同的加数分别填在横行和竖行的其他圆圈里。答案有很多种不同的填法,这里只填了三种,同学们还可以自己选择另外的填法。

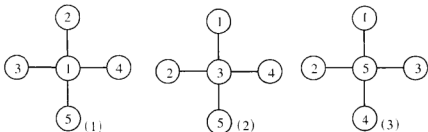
【例 3】如右图所示。把 1、2、3、4、5 五个数填入五个圆圈里,要求分别满足以下条件:

(1)使横行、竖行圆圈里的数加起来都等于 8;





- (2)使横行、竖行圆圈里的数加起来都等于9;
 (3)使横行、竖行圆圈里的数加起来都等于10.



解: 见下图(1)、(2)、(3)

(1)将8分拆成三个数之和(注意,这三个数要从1、2、3、4、5中选取)

$$8 = 1 + 2 + 5 \quad 8 = 1 + 3 + 4$$

因为中间圆圈里的数是要公用的,所以应把“1”填在中间圆圈里其它四个数填在边上;

(2)解法思路与(1)相同,分拆方式如下:

$$9 = 1 + 3 + 5 \quad 9 = 2 + 3 + 4$$

(3)解法思路与(1)相同

$$10 = 1 + 4 + 5 \quad 10 = 2 + 3 + 5$$



习题七

1. 如右图所示。在正方形的空格里填上适当的数,使每一横行、竖行、斜行的三个

		7
10	6	



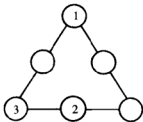


数相加得数都 18。

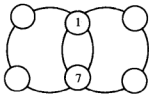
2. 如右图所示。在正方形空格里填上适当的数，使每一横行、竖行、斜行的四个数相加都得 34。

16			13
	11	10	
9	7		12
		15	

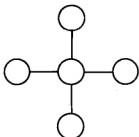
3. 如右图所示。把适当的数填到三角形的空圈里，使每条直线上 3 个圈中的数相加都是 10。



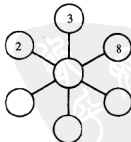
4. 如图所示。从 2、3、4、5、6 中先取适当的数填入小圆圈，使同一个大圆上的小圆圈中的四个数的和①都等于 15，②都等于 16。



5. 如右图所示，圆圈里填上不同的数，使每条直线上的三个数相加之和都等于 10。

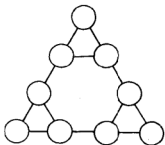


6. 如图所示。在圆圈里填上不同的数，使每条直线上的三个数相加之和都是 15。





7. 如下页图所示。把 1、2、3、4、5、6、7、8、9 分为三组，填到三个小三角形的各个角上的圆圈里，使每个小三角形的三个角的圆圈里的数之和都是 15。同时使大三角形三个角的圆圈里的数之和也是 15。



习题七解答

1. 在右图中，用较大的黑体字表示方格中原有的已知数，如 10，6，7 三个数。仔细观察可知，可以先在第二横行右边空格里填 2，因为要使横行三个空格里的数之和是 18，(已有的两个数之和是 $10 + 6 = 16$) 就需要在这个空格中填上 $18 - 16 = 2$ 。当然，也可以先填左下角空格的那个数，因为它所在的斜行中已有两个数 7 和 6，而 $7 + 6 = 13$ ，所以应在这个空格中填 $18 - 13 = 5$ 。接着用同样的思考方法就可以填出其他空格里的数了。

3	8	7
10	6	2
5	4	9

2. 见右图。解法思路与第 1 题相同。因为要求每行的四个数之和是 34，而第三横行已有的三个数之和为 $9 + 7 + 12 = 28$ ，所以此行空格中可填 6。也可先填图中另一斜行，因这斜行中已有的三个数之和是

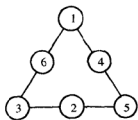
16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1





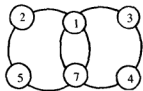
$13 + 10 + 7 = 30$, 所以, 这斜行的空格, 也就是图的左下角的空格中应填 4。接着, 用同样的思考方法填出其余所有空格。

3. 见右图。解法与第 1 题相同。因为三角形的一边已有两个数 3 和 2, 其和为 $3 + 2 = 5$, 要使这边的三数之和是 10, 可知这边的右下角圆圈中应填 $10 - 5 = 5$ 。



其余两圆圈中的数可按同样方法填出。

4. 见右图。①和是 15: 因为大圆上有两个小圆圈中已有了 1 和 7, 它们的和是 $1 + 7 = 8$, 所以同一个大圆上另外的两个小圆圈中应填的两个数之和应是



$15 - 8 = 7$, 将 7 分拆成两个数有两种分拆方式:

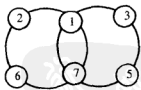
$$7 = \begin{cases} 2 + 5 \\ 3 + 4 \end{cases}$$

将 2 和 5 填入一个大圆上的两个空圈中, 将 3 和 4 填入另一个大圆上的两个空圈中。

②见右图。和是 16, 解法思路和①相同。因为

$$1 + 7 = 8,$$

$$16 - 8 = 8$$





将8分拆成两个数，有两种分拆方式：

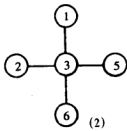
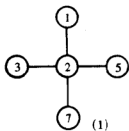
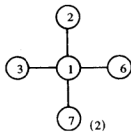
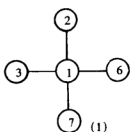
$$8 = \begin{cases} 2 + 6 \\ 3 + 5 \end{cases}$$

将2和6、3和5分别填入大圆上的空圈中。

5. 解：见下图(1)~(4)把10分拆成三个不同的数的和，共有4种分拆方式：

$$10 = 1 + 2 + 7 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5$$

$$10 = 2 + 3 + 5$$



选择有一个共同加数的两个式子，把共同的加数填在中间的圆圈里，其他四个加数分别填在两头的圆圈里就构成一种填法。本题有6种符合题目要求的填法，这里只举其中4种填法，还有2种填法你能找出来吗？





6. 解见下图。把 15 分拆成三个不同的数相加之和，共有 12 种分拆方式：

$$15 = 1 + 2 + 12 \quad 15 = 1 + 3 + 11$$

$$15 = 1 + 4 + 10 \quad 15 = 1 + 5 + 9$$

$$15 = 1 + 6 + 8 \quad 15 = 2 + 3 + 10$$

$$15 = 2 + 4 + 9 \quad 15 = 2 + 5 + 8$$

$$15 = 2 + 6 + 7 \quad 15 = 3 + 4 + 8$$

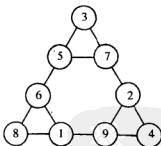
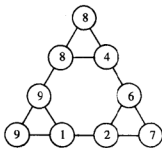
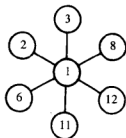
$$15 = 3 + 5 + 7 \quad 15 = 4 + 5 + 6$$

因为题目中已有 2、3、8

三个数填在 3 个圆圈里，观察上面各式，既又要有一个数是共同的，这样的式子有如下三个：

$$15 = 1 + 2 + 12, \quad 15 = 1 + 3 + 11,$$

$15 = 1 + 6 + 8$ ，将三式中共用的加数“1”写在中间圆圈里，再在其他三个圆圈里填上适当的数。





7. 解: 见下面两图, 将 15 分拆, 采取两步分拆法如下:

$$15 = \begin{cases} 9 + 6 = \begin{cases} 9 + 5 + 1 \\ 9 + 4 + 2 \end{cases} \\ 8 + 7 = \begin{cases} 8 + 6 + 1 \\ 8 + 5 + 2 \\ 8 + 4 + 3 \end{cases} \\ 7 + 8 = \begin{cases} 7 + 6 + 2 \\ 7 + 5 + 3 \end{cases} \\ 6 + 9 = 6 + 5 + 4 \end{cases}$$

适当选取四组数, 填入四个三角形中(3 个小三角形与 1 个大三角形), 可以得到一些不同的填法。选法的窍门是: 先任选一组数如 3、5、7, 将它们分别填在大三角形的三个角顶圆圈中, 再找分别包含 3、5、7 的三组数填在小三角形中, 它们是 3, 8, 4; 5, 9, 1; 7, 6, 2。如上图所示。



第8讲 填图与拆数(二)

本讲主要介绍在填图与拆数中找关键数的思考方法。

【例1】如右图所示。把三个1、三个2、三个3分别填在九个格内，使横行、竖行、斜行三个数加起来的和都等于6。

解：找关键数先填。因为中间格的数和横行、竖行、斜行都有关，所以它是关键数，确定了它，其他各格就容易填了。

1	2	3
3	1	2
2	3	1

(1) 尝试法：若中间填“1”，再填其他格，如右图。结果有一条斜线上的数都是1，其和为3，不合题目要求。

3	2	1
1	3	2
2	1	3



若中间格填“3”，再填其他格，如右图结果有一条斜行上的数都是3，其和为9，不合题目要求。

若中间格填“2”，再填其他格，经检查，符合题目要求，如右图。

3	1	2
1	2	3
2	3	1

(2) 分析法：显然在每一横行、竖行和斜行只能填一个“1”或一个“3”。因为若填两个1后，即使再填一个最大的3，这一行的这三个数之和才是5，小于6，不符合题目要求；同样，若填两个3后，即使再填一个最小的数1，这一行的三个数之和就是7，大于6，也不符合题目要求。

如果在一行里填入两个“2”，即使在此行里再填一个2，这一行的三个数之和也可等于6，符合题要求。

由此得出，中间方格必须填“2”。中间方格填好之后其他各格中的数也就容易填出了。

【例2】如右图。把1、2、3、4、5填入右图的圆圈中，使每条斜线上的三个数相加之和都是8。



解：中间圆圈里的数是个关键数，应该首先确定它。如何确定它呢？这样想：假如我们已经按题目要求把1、2、3、4、5填入了五个圆圈中，这样每条斜线上的三个数相加都得8。那么当我们把两条斜线上的数都加起来，它们的和应为 $8 + 8 = 16$ ，

但是五个圆圈中所填数之和应为

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15,$$

两个和数之差是1，即： $16 - 15 = 1$ 。

这个差是如何产生的呢？这是因为把两条斜线上的和





数相加时,中间圆圈中的数被加了两次,即多加了一次。把一个数多加了一次和就多了1,可见此数是1。

然后,再求每条斜线两端的数。可求出两数之和应为 $8 - 1 = 7$

把7分拆成两个数,有两种分拆方式:

$$7 = \begin{cases} 2 + 5 \\ 3 + 4 \end{cases}$$

把2和5填入一条斜线两端的圆圈中。

把3和4填入另一条斜线两端的圆圈中。

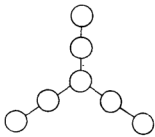


【例3】如右图所示。把1、2、3、4、5、6、7七个数填在右图中的七个圆圈里,每个数只能用一次,使每条线上的三个数相加之和都等于12。

解:见右图。中间圆圈里的数是关键数,应该如何确定它呢?

与例2的想法类似。假设已经按题目要求把数全部填入了圆圈,那么每条线上的三个圆圈中的数相加应该都得12。我们如果进一步把三条直线上的数都加起来,得数应为: $12 + 12 + 12 = 36$ 。

不难看出,这样就把中间圆圈里那个数加了三次。因而它比七个圆圈中的数相加之和:





$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

$$\text{多了 } 36 - 28 = 8$$

也就是8应是中间圆圈里的数的2倍所以中间圆圈里的数应是8的一半,

$$\text{即 } 8 \div 2 = 4$$

下面再确定每条线上另外的两个圆圈里的数,方法如下: $12 - 4 = 8$

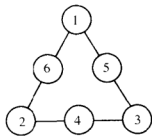
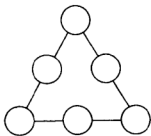
$$\text{将 } 8 \text{ 分拆: } 8 = \begin{cases} 1 + 7 \\ 2 + 6 \\ 3 + 5 \end{cases} \text{ 将它们分别填入各圆圈中。}$$

【例4】如右图所示。把1、2、3、4、5、6六个数分别填入右图的圆圈里,使三角形每条边上三个数之和都等于9。

解:见右图。三个角上圆圈里的数是关键数,因为它们中的每个都是两条边上共有的数。先确定关键数。这样想:六个数之和是 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ 每条边上三个数之和是9, $9 + 9 + 9 = 27$ 这样算每个角上圆圈里的数都被加了两次,因此角上三个圆圈中的数之和是

$$27 - 21 = 6$$

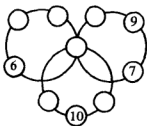
把6分拆成三个数之和: $6 = 1 + 2 + 3$;把1、2、3分别填入三个角上的圆圈里,其余的圆圈里的数就容易填了。



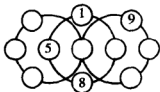


习 题 八

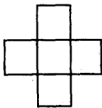
1. 见右图。把 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11 填入右图空白圆圈
内,使每个大圆上四个小圆圈内的
数的和都是 29。你能填吗?



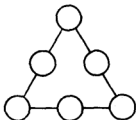
2. 见右图。把 2、3、4、6、7、
10、11 分别填入大圆上的小圆圈
内,使每个圆上四个小圆圈中的
数字和都是 24。你能填吗?



3. 见右图。把 2、3、4、5、6 填
入右图的五个方格里,使横行、竖
行的三个数之和等于:① 11、② 12、
③ 13。



4. 见右图。把 5、6、7、8、9、10
六个数分别填入右图中的六个
圆圈里,使三角形每条边上的三
个数之和都等于 21。



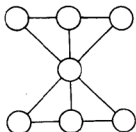
5. 见右图。把 1、2、3、
4、5、6、7、8、9、10 这十个数
分别填入圆圈里,使每个正
方形的四个数相加之和都



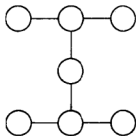


等于24。

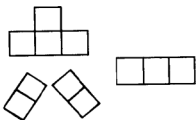
6. 见右图。把1、2、3、4、5、6、7填入右图圆圈中,使横行、竖行、斜行三个圆圈中的数相加之和都等于12。



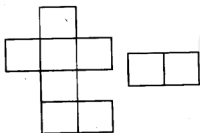
7. 见右图。把11、12、13、14、15、16、17七个数填入右图的圆圈中,使横行、竖行的圆圈中的每三个数之和都是42。



8. 见右图。把1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11这十一个数,分别填入图中空格内,使相邻的两个或三个空格内的和等于①14、②15。

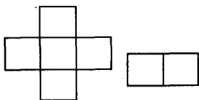


9. 把1、2、3、4、5、6、7、8、9各数分别填入“七一”图形中的九个空格内,使每一横行、竖行的四个、三个或两个空格中的数相加之和都等于13。(见下图)



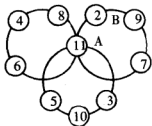


10. 见下图。把 1、2、3、4、5、6、7 各数填入“十一”图形中的七个空格里，使每一横行、竖行的三个或两个空格中的数相加之和都是 10。



习题八解答

1. 解：见右图。找关键数先填。三个大圆相交处的小圆圈中的数是关键数。仔细观察。图中一个大圆上已有 9 和 7 两个数，所以这个大圆上 A、B 两个小圆圈（如图示）所填的两数之和应为 $29 - (9 + 7) = 13$ 。



把 13 分拆成两数之和(注意要选做题中已给的数)

$$13 = \begin{cases} 11 + 2 \text{ (可用)} \\ 10 + 3 \text{ (不能用, 因 } 10 \text{ 已用)} \\ 9 + 4 \text{ (不能用, 因 } 9 \text{ 已用)} \\ 8 + 5 \text{ (可用)} \\ 7 + 6 \text{ (不能用, 因 } 7 \text{ 和 } 6 \text{ 已用)} \end{cases}$$

只有 $11 + 2$ 和 $8 + 5$ 两种分拆方式可供选用；经试验可知 8 和 5 这组数不合用，只能选用 11 和 2 这组数。最后可



确定将 11 填入三个大圆相交处的 A 圈中。接着可较容易地填上其他数了。

2. 解: 见右图。由中间的大圆圈上的三个已知数 1, 5, 8, 可求出这个大圆上的最后一个数:

$24 - (1 + 5 + 8) = 10$, 这样还剩下

2、3、4、6、7、11 六个数未被选用。应把它们分别填入六个小圆圈。仔细观察可知:

另外的两个大圆相交处的小圆圈 (B 圈) 中的数是关键数。而且有一个大圆上已经给出了数 9, 所以该大圆上其余三个小圆圈所填数之和应为 $24 - 9 = 15$ 。因而将 15 分拆成三个数之和 (注意必须选用题中所给的数)

$$15 = 7 + 6 + 2$$

经尝试 B 圈中只能填 6。然后再确定左边大圆上三个小圆圈应填的数是 11、4 和 3。

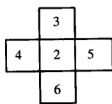
3. 解: 见下图, 解题思路与例 3 相同, 略写如下:

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20。$$

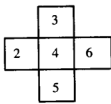
$$\textcircled{1} 11 + 11 - 20 = 2 \text{ 即中间格填 } 2。$$

$$\textcircled{2} 12 + 12 - 20 = 4 \text{ 即中间格填 } 4。$$

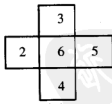
$$\textcircled{3} 13 + 13 - 20 = 6 \text{ 即中间格填 } 6。$$



(1)



(2)



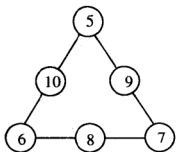
(3)





4. 解: 见右图解题思路与例 4 相同, 略写如下:

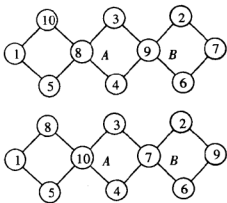
$$\begin{aligned} 21 + 21 + 21 &= 63 \\ 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 &= 45 \\ 63 - 45 &= 18 \text{ (三个角上的} \\ &\text{三个数之和)} \end{aligned}$$



分拆 $18 = 5 + 6 + 7$ 即三个角上的三个圆圈里应填 5、6、7。

5. 解: 见右图, 找关键数先填, 不难看出, 标有字母 A 和 B 的两圆圈中的数是关键数, 因为它们是正方形公用的数, 解法:

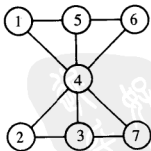
$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 &= 55 \\ 24 + 24 + 24 &= 72 \\ 72 - 55 &= 17 \end{aligned}$$



$17 = 10 + 7 = 9 + 8$ (这就是两组关键数 10 和 7, 以及 9 和 8)。

6. 解: 见右图, 找关键数先填。不难看出, 中间圆圈里的数是关键数。求关键数:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 &= 28 \\ 12 + 12 + 12 &= 36 \\ 36 - 28 &= 8 \text{ (相当两个中间圆} \end{aligned}$$





圈里的数之和)

$$8 \div 2 = 4 \text{ (就是一个中间圆圈里的数)}$$

$$12 - 4 = 8$$

$$\text{将 } 8 \text{ 分拆: } 8 = \begin{cases} 1 + 7 \\ 2 + 6 \\ 3 + 5 \end{cases} \text{ 把这六个数适当地填入六个}$$

圆圈。但要注意使横行三个数之和他是 12。

7. 解: 先求关键数: 横行和竖行公用的两个圆圈的数是关键数。

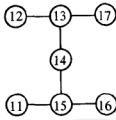
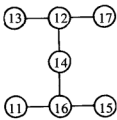
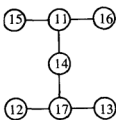
$$11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 98$$

$$42 + 42 + 42 = 126$$

$126 - 98 = 28$ (28 是横行和竖行公用的两个圆圈里的数的和) 将 28 分拆:

$$28 = \begin{cases} 11 + 17 \\ 12 + 16 \\ 13 + 15 \end{cases}$$

(见下面三个图)。



8. 解: 先求关键数。六字的“点”和“横”公用的方格中的数是关键数。

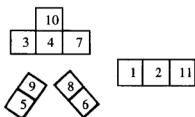
方法 1:

$$14 \times 5 = 70$$

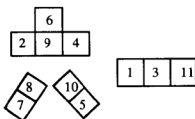




$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 66$$



公用的方格中的数是 $70 - 66 = 4$
 再适当选择其他的数填入其他空格。
 方法 2: 见下图



$$15 \times 5 = 75 \quad 75 - 66 = 9$$

公用的方格中填 9, 再适当选择其他各数填入方格。

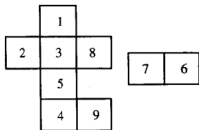
9. 解: 见下图, 求关键数即共用方格中的数

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

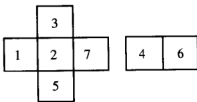
$$13 \times 4 = 52 \quad 52 - 45 = 7$$

$$7 = \begin{cases} 2 + 5 (\text{不能用}) \\ 3 + 4 \end{cases}$$





10. 解: 见下图, 先确定“十”字中间方格中的数 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$
- $10 \times 3 = 30$
- $30 - 28 = 2$ (中间方格中的数)。



第9讲 分组与组式

课本上的算题，多数是已经列好算式要求计算出结果。但在这一讲里，往往是知道结果或要达到的目标，请你回答如何才能得出这种结果或达到目标值。为此就要求同学们在掌握好以前所学数学知识的基础上，还要进一步做到：仔细地观察，发现题中给出的一些数中存在的规律，并且大胆地进行尝试，培养思维的灵活性和敏捷性。

【例1】如下图所示把1、2、3、4、5、6、7、8、9九个数字分成两部分，再组成两个数，填入下面的两个方框里，使两个数的和等于99999

$$\boxed{} + \boxed{} = 99999$$

解：把九个数字分成两部分，组成两个数，要求相加之和由五个9组成，可见一个数应是五位数，且9应在最高位，另一个是四位数。把除9之外的其余八个数字分成四对，每对的和是9，它们应是1和8，2和7，3和6，4和5。它们可以组成以下算式，如：

$$\begin{array}{r} 98765 \\ + 1234 \\ \hline 99999 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95678 \\ + 4321 \\ \hline 99999 \end{array} \quad \begin{array}{r} 91234 \\ + 8765 \\ \hline 99999 \end{array}$$

可见分组方法是多种多样的。

【例2】给你1、2、3、4、16、17、18、19这八个数，要求：①





把它们分成四组,使每组的两个数相加之和相等。

②再用这八个数组成如下的两个算式。

$$\square + \square - \square = \square$$

$$\square + \square - \square = \square$$

①解:仔细观察可发现:在这八个数中,前四个都是一位数,且后一个数比前一个数大1;后四个都是两位数,也是后一个数比前一个数大1。因此把它们互相搭配后,可使每组的两数之和相等。分组如下:

$$(1, 19); (2, 18); (3, 17); (4, 16)。$$

可以看出,每组的两数之和都等于20。

②解:如下图所示,由于

$$1 + 19 = 2 + 18, \quad 3 + 17 = 4 + 16$$

因此可以组成符合题目要求的算式如下:

$$\begin{array}{r} \boxed{1} + \boxed{19} - \boxed{18} = \boxed{2} \\ \boxed{3} + \boxed{17} - \boxed{16} = \boxed{4} \end{array}$$

注意:符合题目要求的算式不只这些。同学们自己还可以再写出一些。

【例3】在1、2、3、4、5、6、7之间放几个“+”号,使它们的和等于100,试试看。

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 = 100$$

解:对这类题目一是要大胆尝试,边想边写,千万不要只想不写!二是可以先考虑与目标值(此题是100)较接近的大数,再考虑用较小的数进行调整、修正,使式子的得数逐渐接近目标值,也就是使之转化为较简单的情况。

(1)对此题可考虑先在67前面放一个“+”号,这样比100还小33,也就是说,转化成了较简单的情况:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 33$$





再考虑在 23 前放个“+”号,它比 33 还小 10,这样问题又转化为:

$$1 \quad 4 \quad 5 = 10$$

这就很容易看出来: $1 + 4 + 5 = 10$

所以最后可以确定组成的算式是:

$$1 + 23 + 4 + 5 + 67 = 100$$

(2)此题还可以有另外的解法,边看边想可得出:
 $34 + 56 = 90$

剩下的三个数:

$$1 + 2 + 7 = 10$$

所以最后可以组成如下的算式:

$$1 + 2 + 34 + 56 + 7 = 100。$$

【例 4】某公园里有三棵树,它们的树龄分别由 1、2、3、4、5、6 这六个数字中的不同的两个数字组成,而且其中一棵的树龄正好是其他两棵树龄和的一半,你知道这三棵树各是多少岁吗?

解:这道题的实质就是:把 1、2、3、4、5、6 六个数分成三组,每组两个数,组成二位数,使其中的两个二位数之和等于第三个二位数的 2 倍。顺便说一下,把生活中的趣味问题转化成为纯数学型的题目是一种重要的本领,同学们要从小就注意增强这种能力,以便将来能够运用数学知识解决实际工作中遇到的难题。

仔细观察、大胆尝试,将这六个数分组、组合,可得出的三个数是:12,34,56,因为

$$12 + 56 = 34 \times 2$$

即这三棵树的树龄是 12 岁、34 岁、56 岁。这道题有几种不同的答案,请你动动脑筋找出另外的答案。





习题九

1. 用 10、11、12、13 这四个数编两道加减顺序不同的混合算式,要求算式符合下面的形式。

$$\square + \square - \square = \square$$

$$\square - \square + \square = \square$$

2. 用 2、3、4、5、6、7、8、9 这八个数,每个数只准用一次,编两道加减混合算式,要求算式符合下面的形式。

$$\square + \square - \square = \square$$

$$\square - \square + \square = \square$$

3. 公园里有三棵树,它们的树龄分别由 1、2、3、4、5、6 这六个数字中的不同的两个数字组成,而其中一棵的树龄正好是其他两棵树龄和的一半,你知道这三棵树各是多少岁吗?

4. 某公园里有三棵古树,它们的树龄分别由 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字中的不同的三个数字所组成,而且其中一棵的树龄正好是其他两棵树龄和的一半,你知道这三棵树各是多少岁吗?

5. 见右图。有一天,电钟从墙上掉下来,钟面摔成了三块。小明一看,三块的形状虽然不同,但三块上的数相加之和却相等。你知道钟面碎成了什么样子





吗?每块钟面上的数相加之和是多少?

6. 在 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字中,不改变它们的顺序,在它们中间添上加、减两种符号,使所得的结果等于 100。你能组成下面这样的算式吗?

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 = 100$$

7. 见右式。用 1、2、3、4、5、6、7 这七个数字组成五个数,使组成的两个两位数与三个一位数相加之和正好等于 100,你能够办得到吗?

$$\begin{array}{r} \square \square \\ \square \\ \square \square \\ \square \\ \square \\ + \square \\ \hline 100 \end{array}$$

8. 把 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字分别填到下面方框里,每个数只准用一次,使下面的三个算式都成立。

$$\square + \square = \square$$

$$\square - \square = \square$$

$$\square \times \square = \square \square$$

9. 在 1 至 9 的九个数字中,已填入方框的三个数字除外,选择适当的数字填入方框中,使下面的等式成立。

$$\square \times \square = 5 \square$$

$$\square 1 \square 2 + \square - \square = \square$$

10. 见下图。把 1、2、3、4、5、6 这六个数字分成三组。第一组一个数字,作为一位数当乘数;第二组二个数字,组





成一个二位数当被乘数；第三组三个数字，组成一个三位数当作积。最后用这三个数写成下列乘法算式。

$$\square\square \times \square = \square\square\square$$



习题九解答

1. 解：在 10、11、12、13 四个数中，相邻的两个数，后边的数比前边的数大 1，所以可以写成一个等式：

$$10 + 13 = 11 + 12$$

对这个等式进行变换，可以得到符合题目要求的两个等式：

$$\boxed{10} + \boxed{13} - \boxed{11} = \boxed{12}$$

$$\boxed{13} - \boxed{12} + \boxed{10} = \boxed{11}$$

2. 解：根据这八个数之间的相互关系，首先可以写出两个等式：

$$2 + 5 = 3 + 4$$

$$6 + 9 = 7 + 8$$

再根据运算规律，对这两个等式进行变换，就可以得到符合要求的两个算式：

$$\boxed{2} + \boxed{5} - \boxed{3} = \boxed{4}$$

$$\boxed{9} - \boxed{7} + \boxed{6} = \boxed{8}$$





还可以变换出其他形式的算式, 同学们还可以试着写出一些。

3. 解: 此题与例 4 相同, 除在例 4 中求出的一个答案外还有以下各种答案也符合题意:

$$21 + 65 = 43 \times 2$$

三棵树的树龄分别是 21 岁、43 岁、65 岁。

$$16 + 52 = 34 \times 2$$

三棵树的树龄分别是 16 岁、34 岁、52 岁。

$$25 + 61 = 43 \times 2$$

三棵树的树龄分别是 25 岁、43 岁、61 岁。

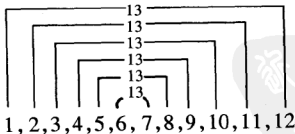
4. 解: 此题与例 4 类似。可以这样考虑: 用 1、2、3 组成最小的三位数, 用 7、8、9 组成较大的三位数, 将两个数相加得数取其半就是中间数:

$$123 + 789 = 912$$

$$912 \div 2 = 456$$

所以三棵古树的树龄分别是 123 岁、456 岁、789 岁。

5. 解: 钟面上的 12 个数是 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12。不难看出这些数有个特点: 最小的 1 和最大的 12 相加得 13, 次小的 2 和次大的 11 相加得 13……中间的 6 和 7 相加得 13, 即





可见，三块钟面上的数若按下面的方式组合，它们的和将会相等： $(1, 2, 11, 12)$ ， $(3, 4, 9, 10)$ ， $(5, 6, 7, 8)$ 。每块钟面上的数之和是： $1 + 2 + 11 + 12$

$$= 3 + 4 + 9 + 10 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26。$$

6. 解：为了减少尝试的次数，可以先考虑接近 100 的较大的数，用加上或减去较小的数进行逐步调正，最后得到目标值 100。经尝试可知组成以下算式：

$$\textcircled{1} 123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$$

可以这样想 $123 - 100 = 23$ ，所以要想办法再减去 23。加 45 减 67 等于减去 22；再加 8 减 9 等于减 1，恰好满足要求。

$$\textcircled{2} 123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

可以这样想：从 123 中减去 45 和 67 后得 11，然后和 89 相加，得数正好是 100。

$$\textcircled{3} 123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$$

这个算式与①的解法思路相似。123 比 100 大 23，要减去它才能达到目标值 100。加 4 减 5 等于减 1，加 67 减 89 等于减 22，结果正好满足要求。

以下还有：

$$\textcircled{4} 123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$$

$$\textcircled{5} 12 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 89 = 100$$

$$\textcircled{6} 12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100$$

$$\textcircled{7} 1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$$

$$\textcircled{8} 1 + 2 + 34 - 5 + 67 - 8 + 9 = 100$$

$$\textcircled{9} 12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$\textcircled{10} 1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100$$

7. 解：在 1 至 7 这七个数里，能使五个数的和的个位





数是 0 的有以下三组：

1、2、4、6、7； 1、3、4、5、7； 2、3、4、5、6

把这三组数分别作为算式中的个位数字，每组中剩下的两个数就可以作为十位数字，因而所组成的三个得数均匀 100 的竖式如下图

$\begin{array}{r} \boxed{3} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \boxed{5} \boxed{4} \\ \boxed{6} \\ + \quad \boxed{7} \\ \hline 100 \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{2} \boxed{1} \\ \boxed{3} \\ \boxed{6} \boxed{4} \\ \boxed{5} \\ + \quad \boxed{7} \\ \hline 100 \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{2} \\ \boxed{3} \\ \boxed{7} \boxed{4} \\ \boxed{5} \\ + \quad \boxed{6} \\ \hline 100 \end{array}$
--	--	--

8. 解：题目要求用 0 到 9 这十个数字组成一道加法算式、一道减法算式，一道乘法算式，而且乘法算式里的积是两位数，其余算式中的各个数都是一位数。

由于乘法算式受限制最强，所以抓住它入手分析。

$$\square \times \square = \square \square$$

又因为“0”是较特殊的数，按题目要求每个数只许用一次，这就定了“0”只能在乘法算式的乘积的个位数的方框中出现。这是因为 0 加减任何数都得原来的数；0 与任何数相乘都得 0，都会破坏每个数字只使用一次的要求，个位数是 0 的乘法算式有

$$2 \times 5 = 10, \quad 4 \times 5 = 20,$$

$$6 \times 5 = 30, \quad 8 \times 5 = 40.$$





究竟选用哪个乘法算式呢？就要看剩下的数能不能组成加法算式和减法算式。经试验可知选 $4 \times 5 = 20$ 后剩下的是 1、3、6、7、8、9 六个数，用它们可组成 $1 + 7 = 8$, $3 + 6 = 9$ 两个等式。经变换可得符合题目要求的一组算式（同学们还可以变换出其他形式的答案）。

$$\boxed{1} + \boxed{7} = \boxed{8}$$

$$\boxed{9} - \boxed{3} = \boxed{6}$$

$$\boxed{4} \times \boxed{5} = \boxed{20}$$

9. 解：先根据 $\square \times \square = \square\square$ 只有 $9 \times 6 = 54$ 和 $8 \times 7 = 56$ 再用 $\boxed{1}\boxed{2} + \square - \square = \square$ 把剩下的数字进行检验，可得出两种符合要求的答案：

$$\boxed{9} \times \boxed{6} = \boxed{54}$$

$$\boxed{1}\boxed{2} + \boxed{3} - \boxed{8} = \boxed{7}$$

或 $\boxed{9} \times \boxed{6} = \boxed{54}$

$$\boxed{1}\boxed{2} + \boxed{3} - \boxed{7} = \boxed{8}$$

10. 解：经多次尝试，可得出符合题目要求的答案如下：

$$\boxed{54} \times \boxed{3} = \boxed{162}$$



第 10 讲 自然数串趣题

从 1 开始,1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12……连起来成一串,像一串糖葫芦,我们把这样的一串数叫作自然数串(也叫自然数列),其中的每一个数都叫作自然数。自然数串的特点是:

- ①从 1 开始,1 是头;
- ②在相邻的两个数中,后一个数比前一个数大 1;
- ③后面的数要多大有多大,也就是说,自然数串是有头无尾的。

在自然数串中,如果写到某一个数为止,就叫做有限自然数串,也简称自然数串。

这一讲的题目,都是与(有限)自然数串有关的。

【例 1】如下页图所示。一份学习材料放在桌上,一阵风把材料吹落了一地。小军拣起来一看,糟糕,少了两张。根据下面拣到的材料的页码,你能说出少了哪几页吗?



解:一张材料的正反两面用两个自然数作页码,这两个自然数是相邻的。仔细观察找到的材料的页码,根据自





然数串的特点,可知少了的两张纸的页码是(7、8)和(13、14)。

【例2】从1连续地写到100,“0”出现了多少次?

解:“0”出现了11次。因为从1到100含有“0”的自然数是:10、20、30、40、50、60、70、80、90、100。数一数,这些自然数中共有11个“0”。

【例3】把1,2,3,4,5,……28,29,30这三个数,从左往右依次排列起来,成为一个数,你知道这个数共有多少个数字吗?

解:把这个数写出一部分来看看:

123456789101112131415……282930

下面,分段计算这个数共包含有多少个数字:

1至9共有9个数字;

10至19共有10个自然数,每个都由两个数字组成,这一段共有 $2 \times 10 = 20$ 个数字。20至29这一段也有10个自然数,共有20个数字。30这个数由两个数字组成。所以这个数所包含的数字总数是:

$9 + 20 + 20 + 2 = 51$ (个)。

【例4】小青每年都和家长一起参加植树节劳动。七岁那年,他种了第一棵树,以后每年都比前一年多种一棵。现在他已经长到15岁了,连续地种了九年树。请你算一算,这九年中小青一共种了多少棵树?

解:先把小青每年种几棵树写出来

年龄(岁)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
种树(棵)	1	2	3	4	5	6	7	8	9

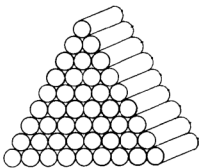




再把每年种树的棵树加起来

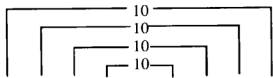
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45(\text{棵}).$$

【例 5】如下图所示。商店的货架上堆放着一堆火腿肠。你能很快地算出它的总数有多少根吗？



解：从上向下数，每层的火腿肠的根数组成一个自然数串，1,2,3,4,5,6,7,8,9

方法 1: 利用凑十法求和



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45(\text{根})$$

方法 2: 用两串数“头尾相加”法求和

$$\text{和} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

$$+ \text{和} = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2 \times \text{和} = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 90$$

共有 9 个 10

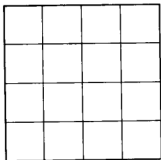




$$\text{和} = 90 \div 2 = 45$$

这种自然数串的求和方法很巧妙，很重要，希望同学们能学会它。

【例 6】把 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16 填入正方形的方格中，使每一横行、竖行、斜行的四个数相加得数都是 34。



解：(1)把这 16 个数依次排成如下四行

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(2)把带箭头的线的两端的数互换

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(Note: Dotted lines with arrows indicate swaps between 1 and 11, 2 and 10, 3 and 9, 4 and 12, 5 and 15, 6 and 14, 7 and 13, 8 and 16.)





(3) 互换后, 把 16 个数填到正方形的空格里你会发现每一横行、竖行、斜行的四个数相加的和都等于 34。

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

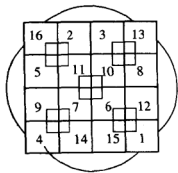
如果你仔细观察的话, 还可以发现这个图中的奇妙的性质: 不但每一横行、每一竖行和每一斜行的四个数相加之和都等于 34, 而且

①四个角上的四个小正方形里的四个数之和都是 34;

②中间的一个小正方形里的四个数之和也是 34;

③大正方形四个角上的四个数相加之和也是 34。

真是不可思议! 人们给它起了个有趣的名字——幻方。见右图。



【例 7】如果全体自然数如下表排列, 请问

$$\cdot A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \cdot G$$

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17
...





- ① 数 20 在哪个字母下面?
- ② 数 27 在哪个字母下面?
- ③ 数 70 在哪个字母下面?
- ④ 数 71 在哪个字母下面?

解: 仔细观察可以发现排列的规律: 开头的七个数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 分别排在 A, B, C, D, E, F, G 的下面以后每加七个数就从头排起, 如 $1+7=8$, $1+7+7=15$, 则 8 和 15 都和 1 那样, 排在字母 A 的下面利用这个规律, 就能求出哪个数在哪个字母下面。

$$\textcircled{1} 20 = 6 + 7 + 7,$$

可见 20 和 6 排在同一个字母下, 即在字母 F 下面;

$$\textcircled{2} 27 = 20 + 7 = 6 + 7 + 7 + 7,$$

可见 27 也是排在字母 F 的下面;

$$\textcircled{3} 70 = \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{10 \text{ 个 } 7},$$

10 个 7

可见 70 排在字母 G 下面;

$$\textcircled{4} 71 = 1 + 70,$$

可见 71 和 1 都排在字母 A 的下面。



习 题 十

1. 小明从 1 写到 100, 他共写了多少个数字“9”?
2. 把 1 到 12 这十二个数每两个数分为一组, 要求每组的两个数之和都相等, 怎么分? 和是多少?
3. 用 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数编三个算式, 一个加法、一个减法、一个乘法, 每个数只许用一次。





4. 用 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字, 写成三个三位数, 使它们的和等于 1953。

5. 用 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字, 写成三个三位数, 使它们的和等于 1989。

6. 一只老猫捉了 12 只老鼠, 其中有一只小白鼠。老猫自言自语地说:“我要分三批吃它们。不过吃以前叫它们站好队, 我从头一个开始吃, 隔一个吃掉一个, 也就是: 我第一次吃掉站在第 1, 3, 5, 7, 9, 11 号位置的小老鼠; 剩下的叫它们不许动, 第二次还是从头一个吃起, 隔一个吃一个; 第三次也是照这个办法吃。但把最后剩下的一个放了。”这话被聪明的小白鼠听见了, 于是它站在了某个号的位置上, 最后没有被吃掉。

小朋友, 你知道小白鼠站的是第几号位置吗?

7. 所有自然数都按下表排列, 问:

(1) 21 排在第几列的下面?

(2) 30 排在第几列的下面?

第一列	第二列	第三列	第四列	第五列	第六列	第七列
1		2		3		4
	7		6		5	
8		9		10		11
	14		13		12	
15		16				

8. 一个排版工人给一本 1 至 50 页的书排页码, 如果书的页码的每一个数字都用不同的铅字块, 问他一共要用





多少铅字块？

9. 把1至16这十六个自然数巧妙地填入正方形的十六空格里，可以做成有趣的幻方。右图是个未完成的幻方，当它被填满时，它的每行、每列和每条对角线上四个数字的和都相等。请你继续把这个幻方完成。

		7	12
	4	9	
	5	16	3
8	11		



习题十解答

1. 解：小明共写了20个数字“9”。

因为从1到100的数中有18个数含有一个数字“9”。它们是：9、19、29、39、49、59、69、79、89、90、91、92、93、94、95、96、97、98。

另外自然数99含有两个数字9。

2. 解：自然数串有一个特点，相邻的两个数中，后一个比前一个大1，因此可以进行如下的搭配分组：

最小的数1和最大的数12成一组(1,12)；

次小的数2和次大的数11成一组(2,11)；

……

中间的两个数6和7成一组(6,7)；

各组两个数相加之和都是13。

3. 解：从受限制最强的乘法算式入手，在这九个数中两个数相乘的积等于另一个数而不发生重复数字出现的，只有 $2 \times 3 = 6$ 和 $2 \times 4 = 8$ ；经试验，可选用 $2 \times 3 = 6$ ，则剩下的六个数可组成两个等式 $1 + 7 = 8$ 和 $4 + 5 = 9$ 。再经过





适当的变换就可以列出满足题目要求的算式 (答案不惟一)。

$$1 + 7 = 8$$

$$9 - 4 = 5$$

$$2 \times 3 = 6。$$

4. 解:分拆 $1953 = 1800 + 140 + 13$

再分拆 $13 = 9 + 3 + 1$ 作为三个数的个位上的数字;

$14 = 8 + 4 + 2$ 作为三个数十位上的数字;

$18 = 7 + 6 + 5$ 作为三个数的百位上的数字;

于是,得到的三个数是 789,643,521,

检验: 789

643

+ 521

1953

注意:此题答案不惟一,同学们还可以试着写出符合题目要求的其他三个数。

5. 解:思路与第4题相同,

分拆 $1989 = 1800 + 180 + 9$

再分拆 $18 = 8 + 6 + 4$ 作为三个数的百位上的数字;

$18 = 9 + 7 + 2$ 作为三个数的十位上的数字;

$9 = 1 + 3 + 5$ 作为三个数的个位上的数字;

于是,得到的三个数是 891,673,425,

检验: 891

673

+ 425

1989

符合题意。





8. 解:分段计算:

从1至9页,共9页,每页用一个铅字块共有 $1 \times 9 = 9$ (块);

从10至19页,共10页,每页用两个铅字块共用 $2 \times 10 = 20$ (块);

从20至29页,共10页,每页用两个铅字块共用 $2 \times 10 = 20$ (块);

从30至39页,共10页,每页用两个铅字块共用 $2 \times 10 = 20$ (块);

从40至49页,共10页,每页用两个铅字块共用 $2 \times 10 = 20$ (块);

第50页,共1页(但为两位数)用两个铅字块,

所以:50页书共用 $9 + 20 + 20 + 20 + 20 + 2 = 91$ (块) (铅字)。

9. 解:见右图,仔细观察可看出有一条对角线上的四个数都给出来了。这四个数相加之和是 $12 + 9 + 5 + 8 = 34$ 由此可求第3行第一列空格中的数是10; 即 $5 + 16 + 3 = 24$, $34 - 24 = 10$ 。第4行第三列上空格中的数是2,即

1	14	7	12
15	4	9	6
10	5	16	3
8	11	2	13

$$7 + 9 + 16 = 32, 34 - 32 = 2。$$

接着可继续求出其他空格中数。



第 11 讲 不等与排序

两个数或者相等或者不等，不等关系又分为大于和小于。排序就是把互相不等的一些数通过比较按大小顺序排列起来，或是按照一定的要求把一些东西排列起来。

【例 1】把下面圈里的数从大到小排起队来。

28	37	59	64
78	93	80	16

解：容易看出，圈里的数都是两位数，比较两个两位数的大小时，首先看十位数字，十位数字大的数比十位数字小的数大，因此这些数从大到小排队如下：

93, 80, 78, 64, 59, 37, 28, 16。

【例 2】把下面圈里的数从小到大排排队，并用“ $<$ ”连接起来。

4	25	32	78
28	38	65	15

解：这些数是一位数和两位数。根据下面的原则对这些数进行比较、排队：

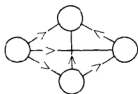




- (1) 一位数比两位数小,
 (2) 比较十位数字相同的两个两位数时, 要看它们的个位数字, 个位数字小的那个两位数小。排队结果如下:

$$4 < 15 < 25 < 28 < 32 < 38 < 65 < 78$$

【例 3】 见下图, 把右边大圆圈里的数分别填入左边的小圆圈里, 使图中所示的不等关系成立。



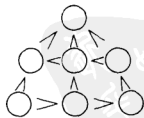
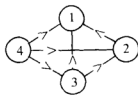
解: 仔细观察不等关系图可以发现:

① 最左端的小圆圈中应填的数都大于其他三个小圆圈中应填的数, 所以应填最大的数 4;

② 最上面的小圆圈应填的数最小, 所以应填 1, 这样其他两个小圆圈中的数就容易填了。见右图。

【例 4】 请把 1、2、3、4、5、6、7 填入右图中的小圆圈里, 使图中的“大于”、“小于”关系成立。

解: 仔细观察图中不等关系



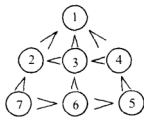


符号的方向可知,在由小圆圈组成的三角形中:

①最上面的小圆圈中的数最小,应填 1,左下角的小圆圈中的数最大,应填 7;

②从上往下数,第二层的小圆圈中的数都大于最上面的小圆圈中的数 1,而小于第三层圆圈中的三个数,所以第二层应填 2、3、4,而第三层应填 7、6、5;

③再考虑到第二层和第三层各层的不等号方向,填图就可以最后完成了。见右图。



【例 5】老师发了数学考卷,一班(1)组的六个同学的分数是这样的:

- ①小王和小钱的分数一样多;
- ②小赵比小李的分数多,可比小王的分数少;
- ③小乐没有小王、小赵的分数多,但比小李的多;
- ④小钱的分数比小顾的又要少一些。

请给他们排排队,并回答谁分数最多?谁分数最少?

解:由①:小王 = 小钱

由②:小王 > 小赵 > 小李

由③:小王 > 小赵 > 小乐 > 小李

由④:小顾 > 小钱 = 小王 > 小赵 > 小乐 > 小李
可见小顾的分数最多,小李的分数最少。

【例 6】如右图。有六间家畜栏圈,首尾接成一圆形,每个栏圈只关着一头家畜。已知驴与骡相隔两个栏圈;羊的栏圈号码比骡的栏圈号码多;猪与驴、马相邻;牛在 5 号栏圈。





请你说明驴、骡、马、羊、猪、牛各关在几号栏圈里。

解: 见右图。①先把牛填在5号栏圈;


②因为猪与驴、马相邻,所以试着把猪填在1号,而驴填在6号,马填在2号;

③因为羊的栏圈号比骡的栏圈号多,所以试着把骡填在3号,把羊填在4号。

④检查,题中要求驴和骡相隔两个栏圈,上面填的满足这一条件。这样全部已知的要求条件就都满足了,所填无误。

注意: 此题答案不惟一,还有其他种填法也能满足题中所要求的条件,如右图所示。



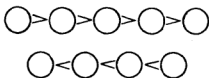
 习题十一

1. 把下面的数从大到小排排队,并且用“>”连接起来。

1	5	35	27	14	36
63	69	78	87	99	100

2. 见下图。把右边大圆圈里的数分别填入左边的小圆圈里,使不等关系成立。

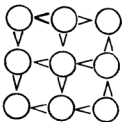




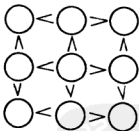
3. 下面的数是一些动物的年龄，请将它们按从小到大的顺序排列起来。

大象	80 岁，	长颈鹿	25 岁，
马	40 岁，	猴子	30 岁，
老虎	20 岁，	梭鱼	260 岁，
乌龟	170 岁，	鹰	160 岁。

4. 见右图。把 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字分别填在九个圆圈里，使圆圈之间的不等关系成立。（只要求写出一个解答）



5. 见右图。把 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字填入右图中各个圆圈内，使不等号成立。（只要求写出一个解答）



6. 红球比白球大；蓝球比黄球大、比黑球小；黄球比白球大；黑球比红球小。

请按从大到小的顺序把它们排列起来。

7. 请把 1、2、3、4、5 这五个数字按下面的要求排列



新华书店
189
PDG



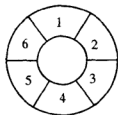
来。

- (1) 把 1 写在 3 的前面,但在 4 的后面;
- (2) 把 2 写在 4 的后面,但在 1 的前面;
- (3) 把 5 写在 2 的后面,但在 3 的前面;
- (4) 把 5 不能写在第 3 个数字的位置上。

8. 把数字 1, 1, 2, 2, 3, 3, 按下述要求排列起来:

- (1) 使两个 1 之间有一个数字;
- (2) 使两个 2 之间有两个数字;
- (3) 使两个 3 之间有三个数字。

9. 有六间家畜栏圈首尾相接成一圆形。每个栏圈里只关着一头家畜。已知:驴与骡相隔两个栏圈;羊的栏圈号比骡的栏圈号多 1;猪不与驴、马相邻;牛在 5 号栏圈。请你说出每个家畜都关在第几号栏圈里。



习题十一解答

1. 解: $100 > 99 > 87 > 78 > 69 > 63 > 36 > 35 > 27 > 14 > 5 > 1$

2. 解: 注意: 此题有多种答案。

$$\textcircled{53} > \textcircled{42} > \textcircled{35} > \textcircled{24} > \textcircled{16}$$

$$\textcircled{3} < \textcircled{8} < \textcircled{9} < \textcircled{10}$$





3. 解:

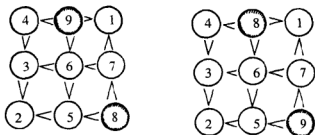
20 岁 < 25 岁 < 30 岁 < 40 岁 < 80 岁

老虎 长颈鹿 猴子 马 大象

80 岁 < 160 岁 < 170 岁 < 260 岁

大象 鹰 乌龟 梭鱼

4. 解: 见下图。仔细观察图中不等号的方向, 可知右下角的圆圈和上边中间圆圈中的数应填最大的和次大的 9 和 8, 其他圆圈就容易填了。(本题答案不惟一)

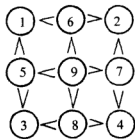


5. 解: 见右图。仔细观察不等关系图可知:

① 中间一个圈对四周的各圈都是大于号, 因此这个圈里应该填最大的数 9;

② 四个角上的圈, 对和它相邻的圈都是小于号, 所以应填最小的数 1、2、3、4;

③ 四边上中间的圈都具有小于 9 而大于 1、2、3、4 的性质, 所以可以填上 5、6、7、8, 这样就得到了一个解, 如图所示。(注意解答不惟一)





6. 解:红 > 黑 > 蓝 > 黄 > 白。

7. 解:可按下面的推理过程排列:

(1)1 在 3 之前,但在 4 之后,可写成 4, 1, 3;

(2)2 在 4 之后,但在 1 之前,可写成 4, 2, 1, 3;

(3)5 在 2 之后,但在 3 之前,可写成两种情况:

$$\begin{cases} 4, 2, 5, 1, 3 \\ 4, 2, 1, 5, 3 \end{cases}$$

(4)5 不是第三个数字,所以选出 4, 2, 1, 5, 3, 作为最后结果。

8. 解:(1) 由于两个 3 之间有三个数字,可写成两种形式:

$$3 \square \square \square 3 \square \quad \square 3 \square \square \square 3$$

(2)由于两个 2 之间有两个数字,也可写成两种形式:

$$3 \square 2 \square 3 2 \quad 2 3 \square 2 \square 3$$

(3)最后填入 1,注意要满足两个 1 之间有 1 个数字:

$$\begin{array}{cccccc} 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

最后得到了以上两种形式的排列方式。

9. 解:见右图。(1)先把牛填入 5 号;

(2)因为猪不与驴、马相邻,假设猪在 6 号 (并未要求猪不能与牛相邻);

(3)因为羊的栏号比骡的栏号多 1,假设骡在 1 号,羊在 2 号;

(4)驴与骡相隔两个栏圈,所以把驴填在 4 号,把马填在 3 号经检查,图上填法完全符合题目要求。



第 12 讲 奇与偶

整数 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ 可以被分为两类,一类是 $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ 叫奇数;另一类是 $0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots$ 叫偶数。

一般习惯上,人们也把 $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ 叫单数;把 $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ 叫双数。

下面是有关奇数与偶数方面的趣题。

【例 1】傍晚开电灯,小虎淘气,一连拉了 7 下开关。请你说说这时灯是亮了还是没亮?我们还不妨接着问,拉 8 下呢?拉 9 下呢?拉 10 下呢?甚至拉 100 下呢?你都能知道灯是亮还是不亮吗?

解:见下表。为了回答上面这些问题,我们从简单情况考虑起,并作出下表,便可一目了然。

开关次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	……
灯亮吗?	亮	不亮	亮	不亮	亮	不亮	亮	不亮	亮	不亮	……

仔细观察,就可以找出规律:

拉奇数次,灯亮;拉偶数次,灯不亮。

对于大的数,比如说拉 100 下,可知灯不亮。因为 100 是个偶数。

【例 2】前十个自然数即 $1, 2, 3, \dots, 10$ 的和是奇数还是偶数?





解:方法 1:先把十个数加起来,再看和数的奇偶性。

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$$

55 是奇数,即前十个自然数之和是奇数。

方法 2:不用把和求出来也可以进行判断:

先把前十个自然数的奇偶性写出来

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

奇 偶 奇 偶 奇 偶 奇 偶 奇 偶

通过考察这些数相加相减的结果,不难理解:

两个偶数的和与差,都是偶数;

两个奇数的和与差也都是偶数;

一个奇数与一个偶数的和与差,都是奇数;进一步还可以得出:

只有奇数个奇数的和或差,才是奇数。

现在再来数一数,前十个自然数中,一共有五个奇数,所以可以肯定它们的和必是奇数。

【例 3】①把 10 个球分成三组,要求每组球的个数都是奇数,怎样分?

②把 11 个苹果分给三个小朋友,要求每个小朋友分得偶数个苹果,怎样分?

解:①不能分。因为如果三组球,每组都是奇数个球的话,总数必是奇数,而不可能是偶数,而 10 个球却是个偶数。

②不能分。因为如果每个小朋友都得到偶数个苹果,那么三个小朋友得到的苹果总数也必定是个偶数。而 11 个苹果是个奇数,所以无法分。

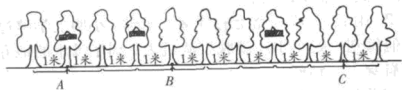
【例 4】小华买了一支铅笔、2 块橡皮、2 个练习本,付了 1 元钱,售货员找给他 5 分钱。小华看了看 1 支铅笔的价钱



是8分,就说:“叔叔,您把账算错啦。”想一想,小华为什么这么快就知道账算错了?

解: 利用数的奇偶性判断,不用计算就可知道这笔账算错了。因为1支铅笔的价钱8分是个偶数,另外,不论橡皮和练习本的价钱是多少,2块橡皮,以及2个练习本的钱也都是偶数,所以小华应付的总钱数应当是个偶数,他付了1元即100分,售货员找回的钱数也应当是个偶数。但售货员叔叔实际找给他的5分是个奇数,所以小华说售货员把这笔账算错了,可见小华并不需要计算,只是根据奇偶性进行判断,就知道这笔账算错了。

【例5】如下页图所示。在10米长的一段马路的一侧种树,每隔1米种一棵,两头都种,共种了11棵。如果把三块“爱护树木”的小牌任意挂在三棵树上,然后再把每两棵挂牌的树之间的距离是多少米都算出来,看一看这三个距离数(即多少米),至少有一个数是偶数,对吗?然后把三块小牌再挂在不同的三棵树上,再算算看。



解: 这三个距离数(即多少米)中,至少有一个数是偶数这话是对的。比如像上图那样挂牌。

A树和B树之间的距离 $AB = 3$ (米)(奇数)

B树和C树之间的距离 $BC = 5$ (米)(奇数)

A树和C树之间的距离 $AC = 3 + 5 = 8$ (米)(偶数)

这是为什么呢?可以这样想:





假设距离 AB 和距离 BC 之中有一个为偶数, 则自不待言; 若 AB 和 BC 这两个距离都是奇数, 则 AB 和 BC 之和必是偶数, 因为两个奇数之和是偶数。所以说这三个距离中至少有一个是偶数。



习题十二

1. 小鸭过河如图所示。有一只小鸭在一条小河的两岸之间来回地游。若规定小鸭从一岸游到另一岸就叫渡河一次, 请想一想:



①如果小鸭最初在右岸, 来回游若干次之后, 它又回到了右岸, 那么这只小鸭渡河的次数是奇数还是偶数?

②如果小鸭最初在右岸, 来回地游共渡河 101 次之后, 小鸭到了左岸还是右岸?

2. 雨后, 一段马路上有许多小水洼。小明上学路过这里, 他每到一处小水洼就脱鞋淌过去; 到了没水的地方又把鞋穿上。请问

①若他脱鞋与穿鞋的次数之和是奇数, 这时他在水中吗?

②若他脱鞋与穿鞋的次数之和是偶数, 这时他在水中吗?

3. 5 个苹果 2 个小朋友分, ①若要求每个小朋友都得奇数个, 能分吗?

5 个苹果 2 个小朋友分, ②若要其中一个人得偶数

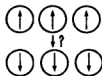


个,另一个人得奇数个,能分吗?

4. ①自然数中,前10个奇数之和是偶数还是奇数?

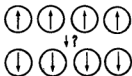
②自然数中,前11个奇数之和是偶数还是奇数?

5. 有三枚五分硬币,国徽面朝上放在桌面上,要求全部翻成国徽面朝下。但规定每回翻面时必需翻动其中的两枚。请问此事能不能办得到? 试着翻翻看。见右图。



规定:每次翻动2枚

若是四枚五分硬币,规定每回必需翻三枚,翻动若干回以后,能不能翻成国徽面全部朝下。(注意:↑表示国徽面朝上,↓表示国徽面朝下)。见右图。

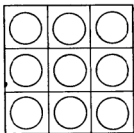


规定:每次翻动3枚

6. 如右图所示,9个小方格中分别放上9枚硬币。

①若取出4枚硬币后,使每横行和每竖列中剩下奇数枚硬币,怎么取法?

②若取出3枚硬币后,使每横行与每竖列都剩下偶数枚硬币,怎么取法?



7. 有的电影院的座位号码是单号与单号相邻,双号与双号相邻。

①一个人拿了三张单号的电影票,这三个号码相加之和等于9,问这三个座位分别是几号?

②若三张号码相加之和等于15呢,三个座位各是几号?

③若三张号码相加之和等于21呢,三个座位各是几号?





习题十二解答

1. ①小鸭渡河的次数是偶数。因为游一个“来回”就叫渡河两次，是个偶数，游若干个“来回”又回到右岸，就是若干个偶数相加，所以，总的渡河次数必为偶数。

②小鸭渡河 101 次之后，到达左岸。因为渡河一次、三次…等奇数次后必到达左岸。

2. 小明淌过一处水洼时，必脱鞋一次，又穿鞋一次，脱鞋与穿鞋的次数之和是 2 次，是偶数；若是小明在水中时，必是只有脱鞋还没有穿鞋，这时他脱鞋与穿鞋次数之和必为奇数。所以①和是奇数，小明在水中。②和是偶数时，小明不在水中。

3. ①不能分。因为两个奇数之和必为偶数。可是 5 是个奇数，所以不能分。

②能分。因为一个奇数加一个偶数之和是奇数。事实上一个小小朋友分得 1 个，另一个小朋友分得 4 个时有 $1+4=5$ 或者一个小小朋友分得 2 个，另一个小朋友分得 3 个时有 $2+3=5$ 。

4. ①方法 1: $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$ 是偶数；

方法 2: 10 个奇数之和必为偶数。因为偶数个奇数之和是偶数。

②方法 1: $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21=100+21=121$ 是奇数；

方法 2: 因为奇数个奇数之和必是奇数，所以 11 个奇数之和是奇数。

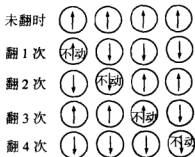




5. 解:动手翻翻看。右图是把动手翻面的过程用画图表示出来,↑代表国徽面朝上;↓代表国徽面朝下。

①三枚硬币,每次翻2枚。从图所画的翻面过程来看,当翻了3次以后,三枚硬币的国徽面又全部朝上了,若再翻下去,必将重复以前翻面过程。比如再翻3次即一共翻6回时,硬币的国徽面又朝上了。如此循环下去,可见无论如何翻不成三枚硬币的国徽面全部同时朝下的情况。

②四枚硬币,每次翻3枚。从右图所画的翻面过程来看,翻4次就能翻成四枚硬币的国徽面全部朝下的情况。



* 总结一下:要把国徽面都朝上放置的硬币,全部翻成国徽面同时朝下,为什么三枚硬币每次翻2枚办不到,而四枚硬币每次翻3枚就能办到呢?这个难题,用数的奇偶性就可以解决。





首先,对一枚硬币(它原来国徽面朝上)翻一次国徽面朝下,翻两次国徽面又朝上,翻三次,国徽面又朝下……列成下表:

翻动的次数	0 (不翻)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
国徽面的朝向	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	…

可见翻偶数次即 2,4,6,8,10……它的国徽面朝上;

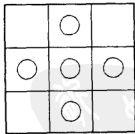
翻奇数次即 1,3,5,7,9……它的国徽面朝下;

再来看三枚硬币每次集体翻动两枚时,因每枚都翻面一次,两枚共是两次,所以无论集体翻动多少次,两枚的翻面总次数也必定是个偶数。但是,若要最后把三枚全部翻成国徽面朝下时,三枚的翻面的总次数必是奇数,所以这是办不到的。

可是对于四枚硬币每次集体翻动三枚来说,当集体翻动偶数次时,三枚的翻面总次数必是偶数。若要把四枚全部翻成国徽面朝下时,四枚的翻面总次数也是偶数,所以,是有可能办到的。

6. 不只一种答案。见下图

①把四个角上的 4 枚硬币取走后,剩下的硬币能满足要求。

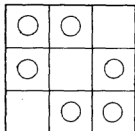




②把一条对角线上的3枚拿走剩下的硬币能满足要求。

7. 采用猜与凑的方法:

①因三个号码之和才等于9, 可见这三个数都比较小, 不妨猜它们是1, 3, 5。检验一下, $1+3+5=9$, 正好。



②因为三个号码之和等于15, 比9大, 所以往大些的方向猜。不妨猜3, 5, 7。检验一下, $3+5+7=15$, 正好。

③因为三个号码之和等于21, 比15大, 所以再往大些的方向猜。不妨猜三个号码是5, 7, 9。检验一下, $5+7+9=21$, 正好。

*总结 对于数比较小的问题, 猜与凑有效, 同学们喜欢猜答案, 这是很好的, 以后还应继续练习。

但是对于较大的数, 就不容易猜出来。这就需要从简单的情况中找出规律来, 然后用找到的规律去解决问题。仔细观察上面的解答发现:

$$9 \div 3 = 3$$

$$15 \div 3 = 5$$

$$21 \div 3 = 7$$

也就是说 和 \div 3 = 中间数

说得更确切些就是:

三个连续单数的和除以个数3就等于中间数。还可以进一步想一想: 如果三个双号相加之和等于12能不能用这个式子算呢? 先试试看





$$12 \div 3 = 4$$

如果 4 是中间数,那么这三个连续双数就应该是 2, 4, 6。

检验一下: $2 + 4 + 6 = 12$ 对。

再看如果三个连续双号之和是 18,求这连续的双号各是几?

$$18 \div 3 = 6$$

如果 6 是中间数,那么这三个连续双数就应该是 4, 6, 8。

检验一下: $4 + 6 + 8 = 18$ 对了。

这样就可以进一步总结出来下面的算法:

如果已知三个连续自然数的和,那么它们的中间数就是

$\text{和} \div 3 = \text{中间数}$

从而可求出这三个连续数是:

中间数 - 1, 中间数, 中间数 + 1。



第 13 讲 是与非

【例 1】判断下面说法的对或错：

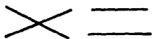
(1) 两点间的直线距离最短。



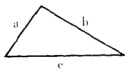
(2) 两条直线相交，只有一个交点。



(3) 在纸面上画两条直线，这两条直线，或者相交，或者平行。



(4) 三角形的两边之和大于第三边。



解：(1) 对 (2) 对 (3) 对 (4) 对。

【例 2】判断下列说法的对与错：

(1) 两个数或者相等，或者不等

即：两个数 a 和 b ，或者 $a = b$ ，或者 $a \neq b$ 。





(2) 两个数如果第一个数大于第二个数, 那么第二个数小于第一个数,

即: 两个数 a 和 b , 如果 $a > b$, 那么 $b < a$.

(3) 如果第一个数等于第二个数, 第二个数等于第三个数, 那么第一个数就等于第三个数。

即: 如果 $a = b, b = c$, 那么 $a = c$.

(4) 如果第一个数大于第二个数, 第二个数又大于第三个数, 那么第一个数就大于第三个数。

即: 如果 $a > b, b > c$, 那么 $a > c$.

(5) 如果第一个数小于第二个数, 第二个数又小于第三个数, 那么第一个数就小于第三个数。

即: 如果 $a < b, b < c$, 那么 $a < c$.

(6) 如果两个数相等, 那么它们分别加上或者减去同一个数之后, 仍相等。

即: 如果 $a = b$, 那么

$$a + c = b + c \qquad a - c = b - c;$$

(7) 如果两个数相等, 那么它们分别加上相等的数之后, 仍相等。

即: 如果 $a = b$, 而且 $c = d$,

那么 $a + c = b + d$.

或是写成如下形式:

$$\begin{array}{r}
 a = b \\
 +) \quad c = d \\
 \hline
 a + c = b + d
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 +) \sim \text{表示两个等式的两边} \\
 \text{分别相加}
 \end{array}$$

(8) 如果两个数相等, 那么它们分别减去相等的数之后, 仍相等。

即: 如果 $a = b$, 而且 $c = d$,



那么 $a - c = b - d$

或是写成如下形式:

$$\begin{array}{r} a = b \\ -) \quad c = d \\ \hline a - c = b - d \end{array} \quad \begin{array}{l} -) \sim \text{表示两个等式的} \\ \text{两边分别相减} \end{array}$$

(9) 如果两个数不等,那么它们分别加上同一个数之后,仍不等;大数对应的和大于小数对应的和

即:如果 $a > b$,那么 $a + c > b + c$

解: (1)对 (2)对 (3)对 (4)对 (5)对
(6)对 (7)对 (8)对 (9)对。

【例3】判断下列说法的对与错:

(1) 有一个角是直角的三角形叫直角三角形。



(2) 有两条边相等的三角形叫等腰三角形。



(3) 既有一个直角,又有两条边相等的三角形叫直角等腰三角形或叫等腰直角三角形。



解: (1)对 (2)对 (3)对

【例4】判断下列说法的对与错

(1) 四个角都是直角的四边形叫长方形。



(2) 四条边长度相等的四边形叫菱形。





(3)不但四个角都是直角,而且四条边长度也相等的四边形叫正方形。



解: (1)对 (2)对 (3)对。

【例5】如果第一个数大于第二个数,那么分别加上或是减去同一个数之后,差不变。对吗? 即 $a > b$, 那么

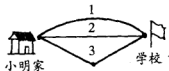
$$a - b = (a + c) - (b + c)$$

解:对。



习题十三

1. 判断: 如图所示, 由小明家到学校有三条路可走, 哪条路最近?

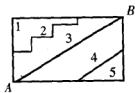


2. 判断: 如下页图所示, 从 A 到 B 有五条路可走。

(1) 哪条路最近?

哪几条路同样远?

(2) 把第 3、4、5 条路按由近及远的顺序写出来。



3. 判断下面的说法对或错:

(1) 两条直线既相交, 又平行。

(2) 两个数既相等又不相等。

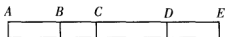
4. 判断: 见右图。三角形两边之差小于第三边。

用字母表示: $a - b < c$, 对吗?





5. 见下图。一木条被划分成四段,只知道 AB 段的长与 DE 段的长相等,问下列哪一项一定是对的?为什么?



- (1) $AC = CE$; (2) AC 比 CE 长;
 (3) $AD = BE$; (4) $BC = CD$ 。

6. 判断:如果小明和小华一样高,小华和小英一样高,那么小明和小英就一样高。对吗?为什么?

7. 判断:如果小芳比小青矮,小青又比小红矮,那么小芳必定比小红矮,对吗?

8. 因为我比小红高,而小华又比小红矮,下面的说法,哪个对?

- (1) 我比小华高; (2) 我比小华矮;
 (3) 我既比小华高又比小华矮。

9. 在等腰直角三角形中,必定有两条边相等,而且必定有一个角是直角,对吗?

10. 在正方形中,四条边都相等,四个角都是直角,对吗?

11. 小华说:“我爸爸是厂长,但我不是他这个厂长的儿子”。你认为小华说的一定错了吗?为什么?

12. 王老师教小明那个班的数学课,但是小明对王老师叫爸爸,这是怎么回事?

13. ①如果小明、小华的年龄一样大,无论小英年龄多大必定有小明和小华的年龄之和等于小华和小英的年龄之和。对吗?为什么?





②如果小明的年龄比小华大,无论小英的年龄多大,必定有小明和小英的年龄之和大于小华和小英的年龄之和。对吗?为什么?

14. 如果今年哥哥比妹妹大5岁,那么,无论再过多少年仍然是哥哥比妹妹大5岁。对吗?为什么?



习题十三解答

1. 根据两点间直线距离最短,可知,第二条路最近。因为第一条路是曲线,第二条路是直线,第三条路是折线。

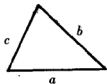
2. (1)第3条路最近,第1,2,5条路一样远。

(2)第3条路最近,第四条路稍远,第五条路最远。

3. (1)错 (2)错。

4. 三角形的两边之差小于第三边。这句话是对的。如右图所示

因 $c + b > a$ (三角形两边之和大于第三边)



所以 $c + b - b > a - b$ (两数不等,分别减去同一个数后仍不等)

即 $c > a - b$

或 $a - b < c$ (即三角形两边之差小于第三边)。

5. 第(3)项: $AD = BE$ 是对的。

因为已知 $AB = DE$, 所以推出 $AB + BD = BD + DE$ (两数相等,分别加上同一个数后仍相等。)

即得出 $AD = BE$ 。

6. 对。因为第一个数等于第二个数,第二个数等于第



三个数,那么第一个数必等于第三个数。

7. 对。因为如果第一个数小于第二个数,第二个数又小于第三个数,那么第一个数必定小于第三个数。

8. (1)对。因为我比小红高,小华又比小红矮,即是小红比小华高,根据若 $a > b$, $b > c$, 则 $a > c$ 可得出我比小华高。

(2)错。

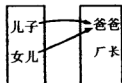
(3)错。因为“我既比小华高又比小华矮”是矛盾的。

9. 对。

10. 对。

11. 不能认为小华说的一定错了。

事实上,小华是厂长(爸爸)的女儿。



12. 数学课王老师就是小明的爸爸。

13. (1) 对。根据如果 $a = b$, 那么 $a + c = b + c$.

(2)对。根据如果 $a > b$ 那么 $a + c > b + c$.

14. 对。根据如果 $a > b$ 那么

$$(a + c) - (b + c) = a - b.$$



第14讲 火柴棍游戏(一)

砖是盖房子用的,但当有一只小狗要咬你时,你会急中生智,拣起一块砖头来打狗。火柴是点火用的,但当我们把它带到课堂上来时,用火柴棍就可以做有趣的数学游戏,在游戏中就用数学概念,进行数学计算,增强思维的灵敏性。

【例1】请你用火柴棍摆图形,并用橡皮泥粘接起来。

(1)用三根火柴棍摆出一个等边三角形。

(2)用四根火柴棍摆出一个正方形。

(3)用四根火柴棍摆出一个菱形。

解: (1)等边三角形的三条边的长度彼此都相等,而火柴棍也都一样长。所以可以用三根火柴棍摆成一个等边三角形,如右图。



(2)正方形的四条边都相等,所以四根同样长的火柴棍可以摆出一个正方形。但要注意,必须使四个角都摆成直角。如右图。



(3)右图菱形的四条边也是相等的,所以用四根一样长的火柴棍也能摆出来。但注意,这时不必使每个角都摆成直角,只要使两组对角分别相等即可。





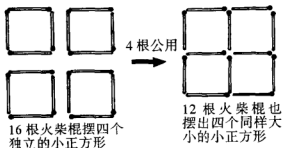
【例 2】请用 7 根火柴棍摆出 2 个小正方形出来。

解：由例 1 可知，摆一个正方形需 4 根火柴棍，所以摆两个独立的正方形需要 8 根火柴棍。现在要求用 7 根火柴棍摆出两个正方形，显然必须有一根火柴棍公用才能办到。



【例 3】请你用 12 根火柴棍摆出四个同样大小的小正方形。

解：下图摆一个小正方形需要 4 根火柴棍，所以摆 4 个独立的小正方形需 $4 \times 4 = 16$ 根火柴棍。现在要求用 12 根火柴棍摆出 4 个小正方形出来， $16 - 12 = 4$ (根)，所以需要 4 根火柴棍公用。



【例 4】右图是用 24 根火柴棍摆成的回字形图形，如果只允许移动图中的四根火柴棍，使原图形组成三个正方形（大小可以不一样），你能办得到吗？



解：可以这样想：



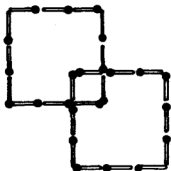


①用 24 根火柴棍摆成三个正方形，每个正方形用 $24 \div 3 = 8$ 根，每边 2 根。这是三个独立的、同样大小的正方形。

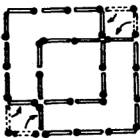
经尝试，按题目要求，在原图的基础上移动 4 根组成三个独立的正方形无论如何办不到。

②若是正方形的每边用 3 根火柴棍，一个正方形用 12 根，两个正方形共用 24 根。但是题目要求用 24 根摆成三个正方形（大小可以不同），这就要使这两个正方形有“重叠”（使一些火柴棍被公用），（见图（1））从而多产生出一个正方形。

右图是三种“重叠”方式，但经试验，只有第（2）种和第（3）种可以在回字型的原图上移动 4 根火柴棍摆出来。



(1)



(2)

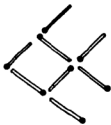


(3)

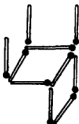


习题十四

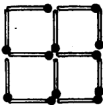
1. 右图所示为一个“小鱼”形状, ①请你移动二根火柴棍, 使小鱼转向(变成头朝上或朝下)。



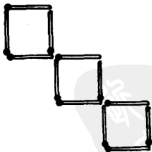
②请你移动三根火柴棍, 使小鱼调头(变成头朝右)。



2. 右图所示为一个倒放着且缺一条腿的椅子, 请你移动两根火柴棍把椅子正过来。



3. 右图所示是用 12 根火柴棍组成的四个同样大小的正方形, 请你移动三根火柴, 使原图变成三个同样大小的正方形。



4. 右图所示为用 12 根火柴组成的三个小正方形。

①请你用 11 根火柴棍组成同样大小的三个小正方形。

②请你用 10 根火柴棍组成同样大小的 3 个小正方形。



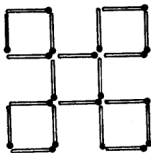
5. 右图是用 17 根火柴棍组成的 6 个同样大小的正方形。



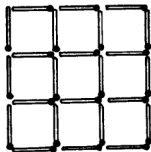
①请你拿去三根，使留下的火柴棍变成 4 个同样大小的正方形。

②请你拿去五根，使留下的火柴棍变成 3 个同样大小的正方形。

6. 右图是用 20 根火柴棍组成的 5 个同样大小的正方形，请你移动三根火柴棍，使原图变为 7 个同样大小的小正方形。



7. 用火柴棍摆成一个与右图相同的图形。



①拿去哪四根火柴棍，使留下的图形变成为 5 个同样大小的小正方形？

②拿去哪四根火柴棍，使留下的图形变成为 3 个同样大小的小正方形，和一个大正方形。

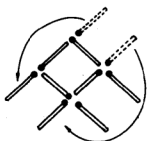
8. 右图是用 12 根火柴棍组成了 4 个同样大小的小正方形，同时还构成了一个大正方形。请你移动四根火柴棍，使它变成为 10 个正方形(大小可以不一样)



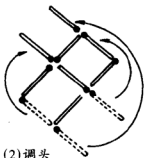


习题十四解答

1. 可以这样想:要使小鱼转向或调头,就要尽量利用原来的火柴棍所组成的形状,以便减少火柴棍的移动。



(1) 转向

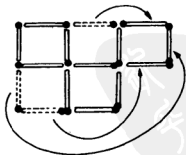


(2) 调头

2. 可以这样想:要把椅子正过来,就要使椅腿变成靠背,靠背变成椅腿。见右图。

3. 可以这样想:见右图。要使 12 根火柴棍组成 3 个小正方形,就是说每个小正方形用 4 根火柴棍,这就意味着,3 个小正方形没有公共的火柴棍,各自独立。

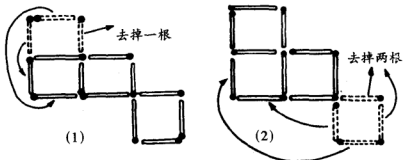
4. 可以这样想:组成一个正方形需要 4 根火柴棍,组成三个各自独立正方形就





需要 12 根火柴棍。

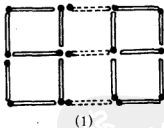
①但题目要求用 11 根火柴棍组成三个同样大小的正方形，所以必须有一根火柴棍作为两个正方形的公用边才能办得到。见下左图。



②题目要求用 10 根火柴棍组成三个正方形，就必须有两根火柴棍作为正方形的公共边才能办得到。见上面右图。

5. 可以这样想：

① 17 根火柴棍拿掉 3 根还剩 $17 - 3 = 14$ ，要组成四个同样大小的正方形，必是由 7 根组成二个正方形，即其中必有一根是公用的，也就是说，这两个小正方形要有一个公共边。见右图。



② 17 根火柴棍拿掉 5 根火柴棍之后，还剩下 12 根，这 12 根又要组成三个同样大小的正方形，所以每一个正方形应用 4 根火柴棍组成。

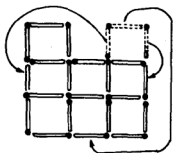


因此,这三个小正方形应是彼此独立的,没有一根火柴做公用边。见右图。

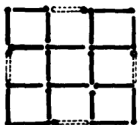
6. 可以这样想:每个小正方形用 4 根火柴棍,七个小正方形应该用 28 根。但题目中只有 20 根,所以应该有 8 根火柴棍被公用,也就是说图形应是很紧凑的如右图所示。



(2)

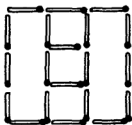


7. 答案请看下图,分析从略。



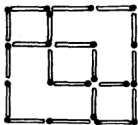
(1)

去掉 4 根
留下五个小正方形



(2)

去掉 4 根
留下三个小正方形和一个大正方形



8. 因为允许所组成的正方形大小不等,可知 6 根火柴棍摆成田字形可得五个正方形(四个小的、一个大的)。12 根火柴棍可摆成两个田字形,即得 10 个正方形。



第 15 讲 火柴棍游戏(二)

在火柴棍算式中,数字和运算符号都是由火柴棍组成的。增、减或移动算式中的火柴棍,可使算式发生令人难以予料的奇妙变化。大胆尝试和思维敏捷在解火柴棍算式中尤为重要。

在这里,我们规定了下面的一套数字摆法:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

另外,在这里的运算符号如“+”号、“-”号也是由火柴棍组成的

+ : - .

这样一来,用增减或移动火柴棍的办法也可以使“+”号变“-”号或使“-”号变“+”。

需要事先着重说明的是,这里“移动”火柴棍的意思是指把火柴棍从一个数字或运算符号上拿开,然后添到另一个数字或运算符号上去,因此算式中火柴棍的总数是不变的。





【例1】只移动一根火柴棍,使下面的等式成立。

$$7 - 1 = 2$$

解:可以这样想:要使等式成立,可以减小被减数。在上面的等式中,7是由两根火柴棍构成的,去掉一根横棍,“7”就要变成了“1”。但是 $1 - 1 = 0$,要使等式成立只要把那根火柴棍添到减号上,使减号变成加号就可以成为 $1 + 1 = 2$ 的等式了。

$$\overset{\curvearrowright}{7} + 1 = 2$$

【例2】只移动一根火柴棍,使下面的等式成立。

$$14 + 7 - 4 = 11$$

解:因为 $14 + 7 - 4 = 17$,要使等式右边等于11可以采用多减、少加的办法。通过改变运算符号就可以达到多减少加的目的。

$$14 - 7 + 4 = 11$$

【例3】只许移动一根火柴棍,使下式成立。

$$I + II + III = 4$$





解:不难看出,等号左边数太大,要使大数变小。经尝试可得出办法如下:

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

只移动了一根火柴棍,使算式发生了惊人的奇妙变化!

奥数题及答案



习题十五

1. 只许移动一根火柴棍,使下式成立。

$$\begin{array}{l} 8 + 1 = 1 \quad 3 - 7 = 4 \\ 7 - 2 = 3 \end{array}$$

2. 只许移动一根火柴,使下式成立。

$$12 - 2 + 7 = 11$$

3. 只许移动一根火柴,使下式成立。

$$1 + 1 + 1 = 1$$

4. 只许移动一根火柴,使下式成立。

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$





5. 只许移动一根火柴,使下式成立。

$$1+1-1+1=30$$



习题十五解答

1.

$$8+1=7$$

$$7+2=3$$

或

$$7-4=3$$

$$3+7=4$$

2.

$$12+2+7=11$$

3.

$$1+1+1=1$$

或

$$1+1+1=11$$





4.

$$\overbrace{1+1+1+1} = 14$$

或

$$\overbrace{14-1-1-1} = 14$$

5.

$$\overbrace{141-1-1} = 30$$



第 16 讲 火柴棍游戏(三)

用火柴棍不但可以在桌面上摆出三角形、四边形等平面图形，而且还可以搭出立体图形，如正方体、长方体。还可以摆出棱台和棱锥等立体图形，只是要你更耐心些，更细心些。其实这些都不难，只要用橡皮泥把火柴棍按要求粘起来，一个个立体模型骨架就会在你的桌面上“站”起来了。这种活动大有好处，既能锻炼动手能力，又能增强空间想像力。

立体模型做好之后，你再仔细进行观察，数一数每个立体的顶点、棱和面的数目，然后再经过简单的计算就可能重新发现 250 多年前大数学家欧拉提出的一个著名公式；如果你在惊奇之余，不满足于对欧拉的敬佩和对公式的赞美，那就请你模仿欧拉、学习欧拉，也来搞点创造性的思维活动——用火柴棍当工具，做一次亲身发现数学公式的尝试吧。

【例 1】 以下各小题做立体模型要用橡皮泥粘接。

- (1) 用六根火柴棍搭成一个四面体。
- (2) 用八根火柴棍搭成一个四棱锥。
- (3) 用十二根火柴棍搭成一个正方体。
- (4) 用九根火柴棍搭成一个三棱柱。

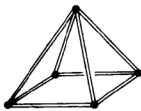




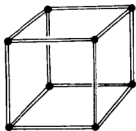
解:



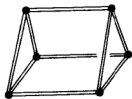
(1)



(2)



(3)



(4)

数数、想想、算算

数一数你做出的各个立方体的顶点的个数、棱的条数(即火柴棍的根数)、面数(需要想像出来)是多少?

算一算, 每个立方体的顶点数 - 棱数 + 面数 = ? 再把数据列成表。

立体	顶点数	棱数	面数	顶点数 - 棱数 + 面数
四面体 (三棱锥)				
四棱锥				
三棱柱				
正方体				



解：

立体	顶点数	棱数	面数	顶点数 - 棱数 + 面数
四面体 (三棱锥)	4	6	4	$4 - 6 + 4 = 2$
四棱锥	5	8	5	$5 - 8 + 5 = 2$
三棱柱	6	9	5	$6 - 9 + 5 = 2$
正方体	8	12	6	$8 - 12 + 6 = 2$

进一步想,任何一个立体图形的顶点数、棱数、面数之间都有这种关系吗?这是多么奇妙的事情呀!

立体又叫多面体。任何一个多面体^①都有

$$\text{顶点数} - \text{棱数} + \text{面数} = 2$$

这叫欧拉公式。最早是法国大数学家笛卡尔发现的,后来大数学家欧拉在 1732 年正式提出并给予了证明。

同学们,我们利用火柴棍这种简单的东西,做做、想想、数数、算算又发现了大数学家们在 250 多年前曾经发现的简单而又准确的事实,这对我们不是很富有启发的吗?我们能不能也发现一个公式呢?

【例 2】让我们也来发现一个公式吧!见下图。



① 严格地讲应该说凸多面体



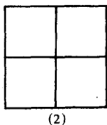
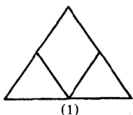


模仿欧拉, 数一数自己做的等边三角形、正方形、菱形的顶点数、边数和面数(由边围住的面数)

填入下表(一)

多边形	顶点数	边数	面数	顶点数 - 边数 + 面数
等边三角形				
正方形				
菱形				

进一步, 我们再研究下列那些更复杂的图形。见下图。不过这时, 我们需要把顶点数改为“交点数”(注意顶点也是交点)。把由几条边围起来的平面部分的个数叫“小区域数”, 为简单起见, 我们不再用火柴棍摆, 而是画出来就行了。



同样把交点数, 边数和由边围成的面数填入下表(二)

复杂平面图形	交点数	小线段数	小区域数	交点数 - 边数 + 小区域数
(1)				
(2)				
(3)				



解：表一

多边形	顶点数	边数	面数	顶点数 - 边数 + 面数
等边三角形	3	3	1	$3 - 3 + 1 = 1$
正方形	4	4	1	$4 - 4 + 1 = 1$
棱形	4	4	1	$4 - 4 + 1 = 1$

表二

复杂平面图形	交点数	小线段数	小区域数	交点数 - 边数 + 小区域数
(1)	6	9	4	$6 - 9 + 4 = 1$
(2)	9	12	4	$9 - 12 + 4 = 1$
(3)	9	16	8	$9 - 16 + 8 = 1$

得出公式：对于任何一个复杂的平面图形

$$\text{交点数} - \text{小线段数} + \text{小区域数} = 1$$

同学们看，我们不是也能发现公式吗？希望大家在学习的过程经常想着：我能接着发现点什么？

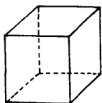


习题十六

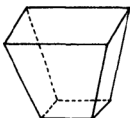
1. 数一数下列立体的顶点数、棱数，细看下面的图，并计算

$$\text{顶点数} - \text{棱数} + \text{面数} = ?$$

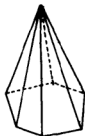




(1) 立方体



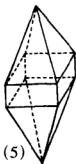
(2) 棱台



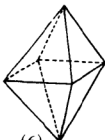
(3) 棱锥



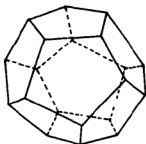
(4)



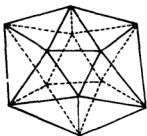
(5)



(6)



(7) 十二面体



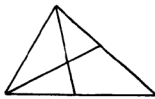
(8) 二十面体

2. 数一数, 下列平面图形的交点数、小线段数和小区域数, 见下图(1)~(8)并计算

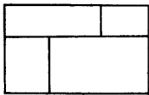
$$\text{交点数} - \text{小线段数} + \text{小区域数} = ?$$



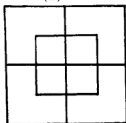
(1)



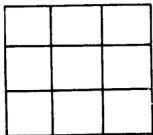
(2)



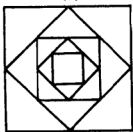
(3)



(4)



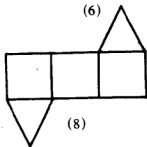
(5)



(6)



(7)



(8)





习题十六解答

1. 将数据填入下表:

序号	名称	顶点数	棱数	面数	顶点数 - 棱数 + 面数 = ?
(1)	立方体	8	12	6	$8 - 12 + 6 = 2$
(2)	四棱台	8	12	6	$8 - 12 + 6 = 2$
(3)	六棱锥	7	12	7	$7 - 12 + 7 = 2$
(4)	“塔顶”体	9	16	9	$9 - 16 + 9 = 2$
(5)		10	20	12	$10 - 20 + 12 = 2$
(6)	八面体	6	12	8	$6 - 12 + 8 = 2$
(7)	十二面体	20	30	12	$20 - 30 + 12 = 2$
(8)	二十面体	11	29	20	$11 - 29 + 20 = 2$

2. 将数据填入下表:

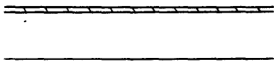
序号	名称	交点数	小线段数	小区域数	交点数 - 小线段数 + 小区域数 = ?
(1)		4	6	3	$4 - 6 + 3 = 1$
(2)		6	9	4	$6 - 9 + 4 = 1$
(3)		10	13	4	$10 - 13 + 4 = 1$
(4)		17	24	8	$17 - 24 + 8 = 1$
(5)		16	24	9	$16 - 24 + 9 = 1$
(6)		20	36	17	$20 - 36 + 17 = 1$
(7)	三棱柱平面展开图	10	14	5	$10 - 14 + 5 = 1$
(8)	三棱柱平面展开图	10	14	5	$10 - 14 + 5 = 1$

附录

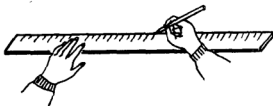
第1讲 点、线、角

直线

拉直的绳子，它的形状就是直线。



用笔沿着尺子的边画，能画出直线。直线有两个方向。



点

笔的尖端处，它的形状是点。

地图上，北京的位置用点表示。点用大写的英文字母A、B、C…表示。如点A、点B…





用笔画线,可以看作笔尖的点,在纸上运动。点可运动成线。线有直线、曲线和折线。



直线



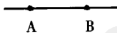
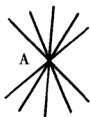
曲线



折线

想一想:过一个点能画几条直线?过两点又能画几条直线?

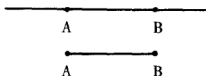
过一点能画很多条直线;过两点只能画一条直线。



线段

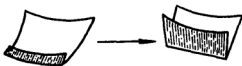
直线上任取两点,这两点间的部分叫做线段。





线段有两个端点。在图中的线段，左端点是 A，右端点是 B，这条线段叫做线段 AB。

把一张纸折一下，纸的折痕就是一条线段。



尺子的边，书本的边都是线段。

在点 A 和点 B 之间，能画几条线段？能画几条曲线或折线？哪条最短？



在两点之间，只能画一条线段，但可以画很多条曲线，也能画很多条折线。

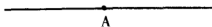
通过两点所画的线中，以线段为最短。





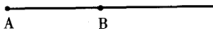
射线

直线上一个点 A，把直线分成两部分，每部分都叫做射线。A 叫做射线的端点。



射线只有一个方向。上图中左侧的射线方向向左；右侧的射线方向向右。

射线也用两个大写的英文字母表示。例如，射线的端点用 A 表示，在射线上再任取一点用 B 表示。这条射线就叫做射线 AB。



想一想：直线、射线、线段的区别？

 直线没有端点。

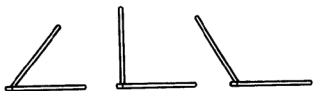
 射线有一个端点。

 线段有两个端点。

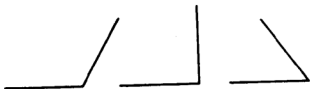
角

把两根木条的端点钉在一起，绕端点转木条，可以得到各种形状。

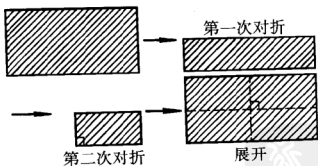




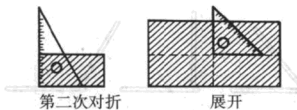
把每根木条看作射线。有公共端点的两条射线所形成的图形叫做角。公共端点叫做角的顶点，两条射线叫做角的边。



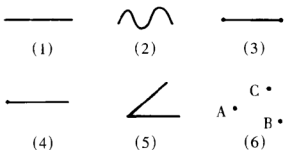
用一张纸，对折两次，折出四个形状一样的角叫做直角。



三角板有三个角，其中一个角是直角。用三角板的直角去比一比，的确和折出的直角一样大。



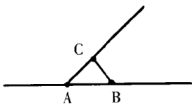
【例 1】下面各图是什么图形？



解：图(1)是直线；图(2)是曲线；图(3)是线段；图(4)是射线；图(5)是角；图(6)是三个点。

【例 2】你能用 A、B、C 三个点，作出直线 AB、射线 AC、线段 BC 吗？

〔作图〕



【例 3】上图中有几条直线，几条线段，几条射线？





解：上图中有一条直线，三条线段，六条射线。这六条射线中，以 A 为顶点的射线有三条；以 B 为顶点的射线有两条；以 C 为顶点的射线有一条。

【例 4】数一数，下面每个图形中，点、线段和角的个数。



(1)



(2)



(3)



(4)



(5)



(6)

解：上面图(1)、图(2)中各有三个点，三条线段，三个角；图(3)、(4)中各有四个点，四条线段，四个角；图(5)中有五个点，五条线段，五个角；图(6)中有六个点，六条线段，六个角。

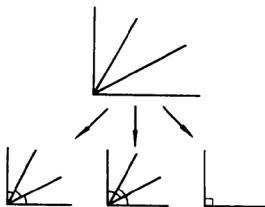
【例 5】数一数，下图有几条直线？几个点？几条线段？几条射线？



解：上图有一条直线，三个点，三条线段，六条射线。在六条射线中，以 A 点为顶点的射线有两条；以 B 点为顶点的射线有两条；以 C 点为顶点的射线有两条。

【例 6】数一数，下图有几条射线？几个角？





解：上图有四条射线。有三个小号的角，有两个中号的角，一个大号的角，一共有六个角。



练习一

1. 在下图中，哪个图是直线？哪个图是曲线？哪个图是折线？



(1)



(2)



(3)



(4)



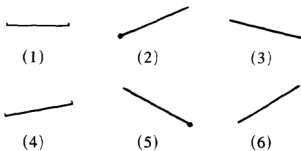
(5)



(6)

2. 在下图中，哪个图是直线？哪个图是射线？哪个图是线段？

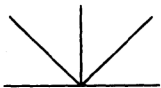




3. 请你用直尺画出直线、线段和射线，并用大写英文字母标出。

4. 请你先画出两个点（点A和点B），再通过这两个点画一条线段，三条折线，三条曲线。

5. 用三角板量一量，看下图中有几个直角？

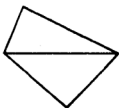


6. 数一数：下图中有几个角？几条射线？



7. 数一数：下图中有几条线段？几个角？几个点？





8. 请你动手,用一张纸,折出四个直角。

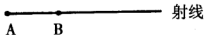
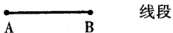
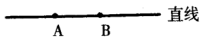


练习一解答

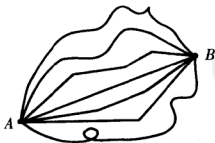
1. 图中的图(1)、(2)是直线;图(3)、(4)是折线;图(5)、(6)是曲线。

2. 图中的图(3)、(6)是直线;图(2)、(5)是射线;图(1)、(4)是线段。

3. 作图:



4. 作图:



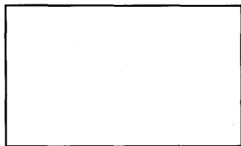


5. 图中有三个直角。
6. 图中有三个角,三条射线。
7. 图中有5条线段,8个角,4个点。
8. 参见第一讲内容。



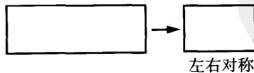
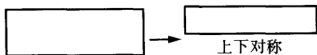
第2讲 长方形、正方形、 三角形和圆

数学书的面、课桌的面、黑板的面都是长方形。形状如下图。



长方形是由四条线段连接起来的。这四条线段就是长方形的四条边。

用折纸的办法就会发现，长方形相对的边一样长。





长方形长边的长度叫做长方形的“长”，短边的长度叫做长方形的“宽”。

长方形有四个角，用三角板的直角去量，就会知道，长方形的四个角都是直角。

长方形有四条边，对边相等；

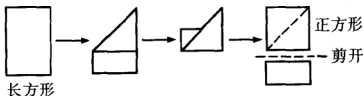
长方形有四个角，都是直角。

四条边都相等的长方形叫做正方形。

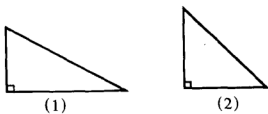
正方形的四条边都相等，

四个角都是直角。

动一动手，用折纸的办法，把长方形剪成正方形。



三角板的面是三角形。如下图。



三角形是由三条线段连接成的，这三条线段就是三角形的三条边。在一个三角形中，若有两条边相等，这个三角形就叫做等腰三角形。上面图中图(2)就是等腰三角形。

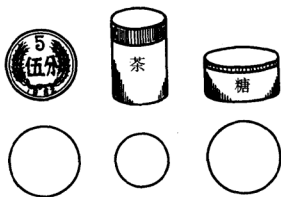
三角形有三个角。在一个三角形中，若有一个角是直



角, 这个三角形就叫做直角三角形。图中两个三角形都是直角三角形。

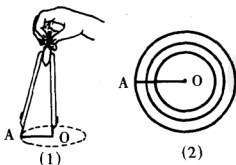
上面图中图(2)不但是等腰三角形, 而且是直角三角形, 因此这个三角形就叫做等腰直角三角形。

看一看, 下面实物中圆的图形。



请你把硬币放在纸上, 用左手按住不动, 右手拿笔, 沿硬币的边画一周, 就画出一个圆。你还可以用圆糖盒等有圆图形的物体, 照样描画出圆。

画圆有专门的工具——圆规。

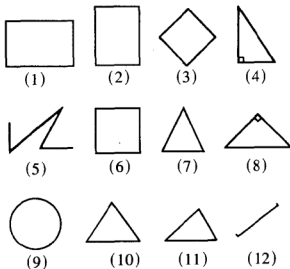


新
知
学
习
PDG



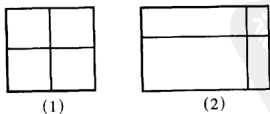
图中,点O叫做圆心,线段OA的长叫做半径。圆心O不动,半径越长画出的圆就越大。图中(2)画出以O为圆心的三个同心圆。

【例1】说出下图中每个图的名称。



解:在图中,(1)、(2)是长方形;(3)、(6)是正方形;(4)、(8)是直角三角形;(5)、(10)是折线;(7)、(8)是等腰三角形;(8)还是等腰直角三角形;(9)是圆;(11)是三角形;(12)是线段。

【例2】数一数,下图中图(1)有几个正方形?图(2)有几个长方形?

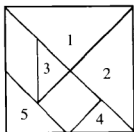




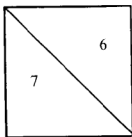
解:图(1)有 4 个小正方形,一个大正方形。共有五个正方形。

图(2)有 4 个小的长方形,4 个中的长方形,一个大的长方形。共有 9 个长方形。

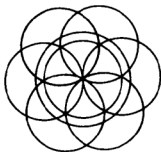
【例 3】仔细数一数,右图中有几个正方形?有几个等腰直角三角形?



解:图中有两个正方形。有七个等腰直角三角形,其中五个容易在图中看到,另外两个见下图。



【例 4】数一数,下图是用几个圆画成的图案?





解：它是用八个圆画成的图案。其中有七个圆是半径一样大的圆(称等圆)。

【例5】在方格纸上作长方形、正方形、直角三角形、等腰三角形各一个。

解：作图：



练习二

1. 说出在教室里你看到的长方形。
2. 用折纸的办法,把一张正方形纸折出四个一样大的小正方形。
3. 用正方形纸,折出四个一样大的等腰直角三角形。展开后,看折痕,问:含有几个最大的等腰直角三角形?
4. 看下图



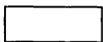
判断它们大概属于哪类图形,写出编号填在括号内。



新华书店
PDG



()



()

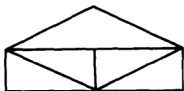


()

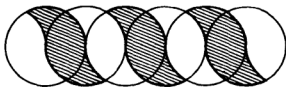


()

5. 数一数,下图中有几个三角形,几个长方形?



6. 数一数,下图中有几个相等的圆?



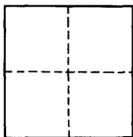
7. 画线段把下面每个小图都分成两个三角形和两个长方形。



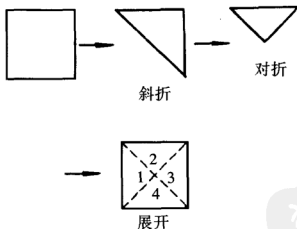


练习二解答

1. 直尺、纸、墙壁、窗户玻璃的形状都是长方形。
2. 先上下对折,再左右对折,展开后是下图的形状(虚线表示折痕)



3. 折法见图



展开后,看折痕含有四个最大的等腰直角三角形,它们分别由小三角形1、2;2、3;3、4;4、1合成。

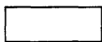




4. 在括号内填出题目中图的编号：



(1,5,6)



(7,8)



(4,9)



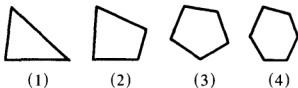
(2,3)

5. 原题图中有六个三角形,三个长方形。
6. 原题图中有六个等圆。
7. 作图如下:(作图方法不惟一)



第3讲 多边形和扇形

数一数，下图中每个小图有几条边(线段)?



图(1)有三条边是三边形，也叫做三角形；

图(2)有四条边，叫做四边形；

图(3)有五条边，叫做五边形；

图(4)有六条边；叫做六边形。

这四个小图都是多边形。在多边形中，除三角形外，有几条边就叫做几边形。

三角形有三条边、三个角、三个顶点；

四边形有四条边、四个角、四个顶点；

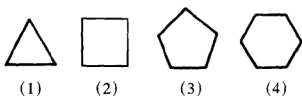
数一数，五边形和六边形各有几条边、几个角、几个顶点？

其实，几边形就有几条边，几个角，几个顶点。

如果一个多边形的每个边都相等，这个多边形就叫做正多边形。

正多边形非常整齐漂亮，请看下图。

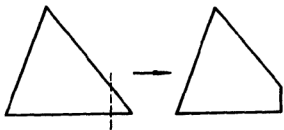




图(1)是正三角形；图(2)是正四边形，也叫做正方形；图(3)是正五边形；图(4)是正六边形。

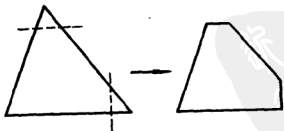
常见的还有正七边形、正八边形等等。

看看、想想：一个三角形，像下图那样剪去一个角（虚线是剪痕）变成什么图形？它有几个角？



剪掉一个角（如上图），变成了四边形，它有四个角。

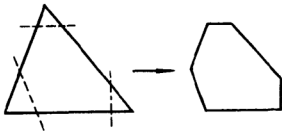
上图中有三角形，照下图样剪去两个角变成几边形？剪后它有几个角？





剪后变成了五边形，它有五个角。

还是这个图，如果再照下图剪去三个角变成几边形？
它有几个角？



变成了六边形，它有六个角。

在多边形中，我们着重讲四边形。在四边形中有五种特殊的四边形。

长方形

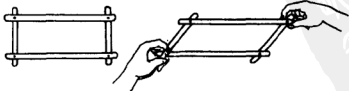
它的特点是对边相等，四个角都是直角。

正方形

它的特点是四条边都相等，四个角都是直角。正方形具有长方形所有特点，因此正方形是特殊的长方形。

平行四边形

用四根木条钉成活动的长方形，仿照下图所演示的那样，两手向相反的方向一拉，它变成的形状就是平行四边形。





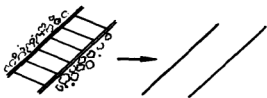
竹篱笆上、网兜上常出现很多平行四边形。



下面的四边形都是平行四边形：



平行四边形的特点是：相对的边不论怎样延长都不会相交。如同两条笔直的铁轨，它们永远不相交。



两条永远不相交的直线叫做平行线。

平行四边形对边所在直线是平行线。

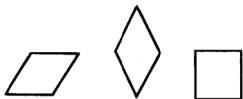
平行四边形对边平行而且相等。

可以看出，长方形和正方形都是特殊的平行四边形。



菱形

四条边都相等的平行四边形叫做菱形。见下图。



菱形对边平行，四条边都相等。

正方形具有菱形的所有特点，因此正方形是特殊的菱形。

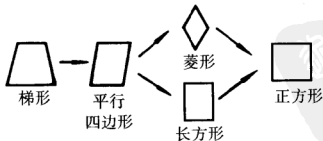
梯形

梯形有四条边，只有一组对边平行。



上面三个图形都是梯形。

五种特殊的四边形之间有什么联系呢？





仔细比较上图，就可以看出：

它们的共性是：都有一组对边平行。

从图中平行四边形开始向右看，这四个特殊的四边形的共性是：两组对边平行。可见，菱形、长方形、正方形都是特殊的平行四边形。

菱形和正方形的共性是：两组对边平行，四条边都相等。

长方形和正方形的共性是：两组对边平行并且相等，四个角都是直角。

图中右边的四边形总比左边的四边形个性多。那么长方形比平行四边形的个性多了什么？

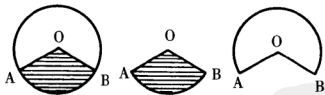
多了“四个角都是直角”。

再想一想：正方形比平行四边形多了什么个性？

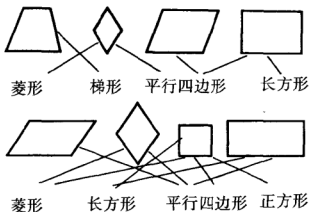
多了“四个角都是直角，四条边都相等”。

扇形

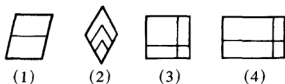
圆的两个半径把圆分成两部分，下图中每部分的图形都叫扇形。扇形像个扇子面。



【例 1】把图形和它的名称用直线连上。



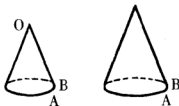
【例2】数一数：下面图(1)中有几个平行四边形？图(2)中有几个菱形？图(3)中有几个正方形？图(4)中有几个长方形？



解：图(1)中有三个平行四边形；图(2)中有三个菱形；图(3)中有三个正方形；图(4)中有九个长方形。

【例3】你会用扇形卷成圆锥体吗？

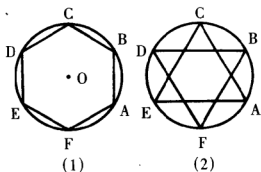
解：将扇形的两条边对接，圆心不动，就可以卷成圆锥体。见下图。





【例 4】使用圆规怎样将圆周分成六等份?画成正六边形、正三角形和正六角星形?正六角星中有几个正三角形?

〔作图〕 以 O 为圆心, OA 为半径用圆规画圆, 如下图, 从 A 点开始, 以半径 OA 长截圆周, 正好能把圆周分成六等份。分点为 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 。



顺序作线段 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EF 、 FA 。得到正六边形 $ABCDEF$ (见上图(1))。作线段 AC 、 CE 、 EA 得到正三角形 ACE ; 作线段 BD 、 DF 、 FB 得到正三角形 BDF ; 两个正三角形合成六角星形(见上图(2))。在这个正六角星中有八个正三角形。



练习三

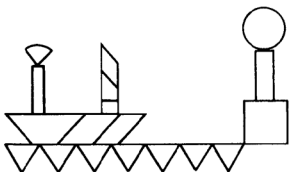
1. 数一数, 右图中有几个最小的扇形?有几个正三角形?有几个梯形和菱形?又有几条线段?



2. 数一数, 下图是由几种平



面图形拼成的?各有多少个?



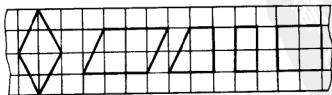
3. 指出下面的四边形名称:

- (1) 对边相等, 四个角是直角;
- (2) 对边平行, 四条边相等;
- (3) 对边平行, 四个角是直角, 四条边相等;
- (4) 对边平行;
- (5) 一对边平行, 另一对边不平行。

4. 想一想:

- (1) 平行四边形是长方形吗? 长方形是平行四边形吗?
- (2) 正方形是菱形吗? 菱形是正方形吗?
- (3) 菱形是长方形吗? 长方形是菱形吗?
- (4) 长方形是正方形吗? 正方形是长方形吗?
- (5) 梯形是平行四边形吗? 平行四边形是梯形吗?

5. 动一动手, 请照下图样子画一画。





6. 自左向右写出上面每个图形的名称。



练习三解答

1. 图中有六个最小的扇形；有六个正三角形；有六个梯形；有六个菱形；有 15 条线段(其中最长的线段有三条)。

2. 图中有八种平面图形。圆、扇形和菱形各有一个；三角形有七个；长方形、正方形、平行四边形、梯形各有两个。

3. (1)长方形； (2)菱形； (3)正方形；

(4)平行四边形； (5)梯形。

4. (1)平行四边形不是长方形，长方形是平行四边形的一种特殊形式；

(2)正方形是菱形，菱形不是正方形；

(3)菱形不是长方形，长方形也不是菱形；

(4)长方形不是正方形，正方形是长方形的一种特殊形式；

(5)梯形不是平行四边形，平行四边形也不是梯形。

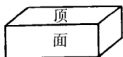
5. 略。

6. 图中自左向右图形名称分别是：菱形、平行四边形、梯形、长方形、正方形。

第4讲 立体图形的认识

长方体

数一数：长方体有几个面？几个顶？几个棱？



棱
长方体



立方体



圆柱体



圆锥体



球



长方体有上、下、左、右、前、后共六个面；

长方体的上面有四个顶，下面也有四个顶，共有八个顶；

长方体的上面有四个棱，下面有四个棱，侧面也有四个棱，共有十二个棱。

长方体的每个面都是长方形。

立方体

仿照长方体，可以数出：

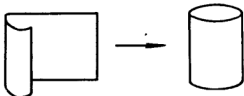
立方体有六个面、八个顶、十二个棱。

立方体的每个面都是正方形。

圆柱体

圆柱体的上底和下底是两个等圆。

动动手：用一张长方形硬纸当圆柱体的侧面，做一个圆柱体。照下图的样子卷动，使上下口成两个等圆。



圆锥

圆锥有一个顶点、一个底面。底面是一个圆。动动手：用刀子把圆柱形铅笔的头部削成圆锥形。

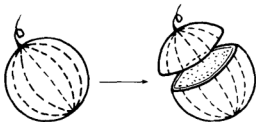




球体

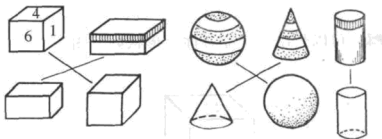
想一想：球体和圆有什么联系？

动手，再看一看：用刀切球形西瓜，截面是圆。



【例1】将下图的实物和它的立体图形用直线连起来。

解：



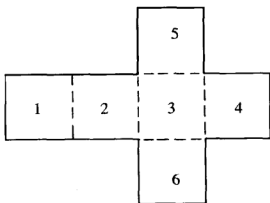
【例2】在下图中，按长方体、立方体、圆柱体、圆锥体、球、长方体的顺序，用线段连接。





解:

【例 3】下图是由六个正方形组成的平面图，将它画在硬纸上，沿实线剪下来，按虚线折，动手看看，能折出什么立体图形？

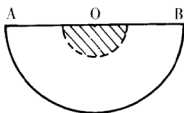


解：可以折出一个立方体，形状如下图。

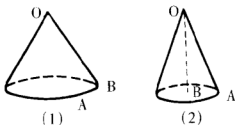


【例 4】在硬纸上画出一个半圆，如下图，按实线剪下，以圆心 O 为锥顶，你能做成一个圆锥体吗？再加制作，你能做个小话筒吗？

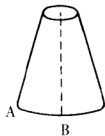




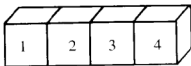
解：将图的半圆卷动，使半径 OA 与半径 OB 重合、贴牢。也可再卷紧，贴牢重叠部分。做成的圆锥体如下图。



在贴牢圆锥体之前，若先将例4图中的阴影部分剪掉，再仿前面做法贴牢就做成小话筒了。形如下图。



【例5】下图是由四个一样大小的立方体构成。数一数，它包含几个小长方体，几个中长方体，几个大长方体？(四个立方体不要求计算在内)





解：它包含三个小号长方体。它们分别由立方体 1 与 2；2 与 3；3 与 4 合成。

包含两个中号长方体。它们分别由立方体 1、2、3；2、3、4 合成。

包含一个大号长方体。它由立方体 1、2、3、4 合成。



练习四

1. 挑出各种立体图形(写出编号)。



(1)



(2)



(3)



(4)



(5)



(6)



(7)



(8)

长方体() 立方体()

圆柱体() 圆锥体() 球()。

2. 把下面的实物和它的立体图形用直线连起来。

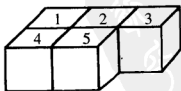


3. 看立体图形，把各种立体图的个数填在()里。



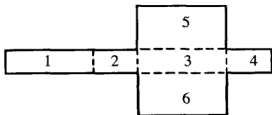
球()个；长方体()个；立方体()个；圆锥体()个；圆柱体()个。

4. 数一数：右图中有几个小立方体？有几个小长方体？有几个中长方体？有几个大长方体？





5. 将下面平面图沿虚线折, 能折出什么立体图形?

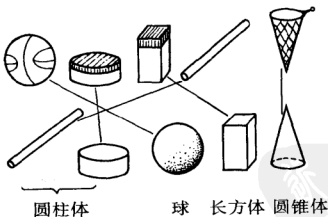


6. 一个长方体(或立方体)的面数、顶数、棱数各多少? 两个长方体(或立方体)的面数、顶数、棱数各多少?



练习四解答

1. 长方体(1、5); 立方体(2); 圆柱体(4、7); 圆锥体(3、6); 球(8)。
2. 把实物和它的立体图形用直线相连如下:



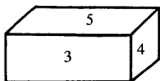
3. 球(5)个; 长方体(2)个; 立方体(1)个; 圆锥体



(5)个；圆柱体(1)个。

4. 图中有5个小立方体。有5个小长方体，它们分别由立方体1与2；2与3；1与4；2与5；4与5合成。有1个中号长方体，它由立方体1、2、3合成。有1个大号长方体，它由立方体1、2、4、5合成。

5. 题中平面图可以折成长方体，如下图。



6. 一个长方体(或立方体)有6个面，8个顶，12个棱。两个长方体(或立方体)有12个面，16个顶，24个棱。



后 记

一个人喜欢上什么，就能把什么干好。

一个孩子喜欢上数学，就能把数学学好。

一个小学生若能从一年级起就喜欢上数学，在科技现代化的时代，自然大好特好！

我喜欢教小孩子，不嫌他们吵，不嫌他们闹，只怕刺伤了他们的自尊心，只怕忽视了他们的好奇心。

我喜欢教小孩子们数学，看到他们那稚嫩的小脸，思考数学问题时表现出的认真劲儿，常常令我感慨万端！

我教小孩子们数学，希望他们从小就喜欢上数学，希望他们从小就养成喜欢思考数学问题的好习惯，更确切地说是养成喜欢思考那些连爸爸妈妈也往往被难住的数学问题的好习惯。

我深知，这个目标并不简单。为此，近年来，我课余时间倾注了不少心血、研究了不少有关的中小学数学书，还涉猎了不少有关的数学家、教育家及心理学家的名著名篇，想从中悟出点道道来，悟出点教小学一、二年级启蒙数学的道道来。





教书不易，编书更不易，编小学一、二年级的孩子们喜欢的启蒙数学书尤为不易。我自知学疏识浅，加之时间紧迫，唯恐书中有不当或错误之处，切望专家、学者、老师与家长们的批评指正。

编者

1994. 1. 于北京中关村



人大附中远程教育网网址：
<http://www.rdfz.com>



仁华学校奥林匹克数学系列丛书

- 仁华学校奥林匹克数学课本 (12册)
- 仁华学校奥林匹克数学思维训练导引·小学部 (2册)
- 仁华学校奥林匹克数学思维训练教程 (4册)
- 仁华学校奥林匹克数学竞赛试题与详解·小学部 (6册)
- 仁华学校奥林匹克数学测试卷 (4册)

仁华学校奥林匹克物理系列丛书

- 仁华学校奥林匹克物理课本 (3册)
- 仁华学校奥林匹克物理试题解析 (3册)
- 仁华学校奥林匹克物理实验 (2册)

仁华学校奥林匹克英语系列丛书

- 仁华学校奥林匹克图解英语 (4册)

ISBN 7-5000-6977-4



9 787500 069775 >

ISBN7-5000-6977-4/G·659

定价：10.00元